1. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

2. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$

약수의 개수 : $(2+1) \times (3+1) = 12$

3. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^3 \times 3 \times 7$ ② $2 \times 3^2 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2 \overline{)\ 84}$

$2 \overline{)\ 42}$

$3 \overline{)\ 21}$

7

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

4. 다음 중 910 의 소인수를 모두 고르면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 11 ⑤ 13

해설

$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$
따라서 소인수는 2, 5, 7, 13

5. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

6. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600 ② 4900 ③ 6400

④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

7. 자연수 864 의 약수의 개수와 $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수가 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$864 = 2^5 \times 3^3$ 이므로
약수의 개수는 $(5+1) \times (3+1) = 24$ (개)
$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는
$(2+1) \times (1+1) \times (n+1) = 6 \times (n+1)$ (개)
$6 \times (n+1) = 24$ 이므로 $n+1 = 4$
$\therefore\ n = 3$

8. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
$13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

9. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 <u>않은</u> 것은?

① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

10. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

16 을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4+1) \times (x+1) = 10$ (개) 이므로 $x+1 = 2$, $x = 1$ 이다.
한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5+1 = 6$ (개) 로 조건을 만족하지 않는다.
따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 A 의 값은 3 이다.