

1. 다항식  $x^3 + 5x^2 - kx - k$  가  $x - 1$  로 나누어 떨어지도록 상수  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서  $x = 1$  을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

2.  $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

①  $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

②  $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③  $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④  $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤  $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

3. 다항식  $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를  $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

①  $x^2 + x + 1, 1$

②  $x^2 + x + 1, 2$

③  $2x^2 + 2x + 2, 1$

④  $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤  $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식  $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를  $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각  $Q(x), R$ 이라고 하면  $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$   
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$$\begin{array}{r|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$

$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$

4. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

5.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

6.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여  $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수  $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

⑦은  $x$ 에 대한 항등식이므로  
양변에  $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

7. 사차식  $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$  의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3y$

②  $x - 2y$

③  $x - y$

④  $x + y$

⑤  $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\ &= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

8. 다음 중  $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 의 인수인 것은?

①  $2x + y - 2$

②  $2x - y + 2$

③  $x - y + 1$

④  $x + y - 1$

⑤  $x - 2y - 1$

해설

$x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 - (y + 4)x - y^2 + y + 2$$

$$= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2)$$

$$= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$



9.  $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

①  $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

②  $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③  $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④  $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤  $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

10. 서로 다른 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$  를 만족할 때,  $x + y + z$  의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데  $x, y, z$  가 서로 다른 세 실수 ( $x \neq y \neq z$ ) 이므로

$$x + y + z = 0$$

11.  $a + b + c = 4$ ,  $ab + bc + ca = 3$ ,  $abc = 1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

위 식에 따라  $a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

12.  $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$  일 때, 상수  $a, b$ 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

13. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$ 가  $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형

② 직각삼각형

③ 이등변삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은  $c$ 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$$

$$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$$

$$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

$$(a+b \neq 0)$$

$$c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

$\therefore C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

14.  $\frac{899^3 + 1}{899 \times 898 + 1}$  의 양의 약수의 개수는?

- ① 27 개      ② 25 개      ③ 21 개      ④ 18 개      ⑤ 15 개

해설

$a = 899$  라 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{a^3 + 1}{a(a-1) + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 900\end{aligned}$$

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\begin{aligned}\therefore 900 \text{의 약수의 개수} &= (2+1) \times (2+1) \times (2+1) \\ &= 27\end{aligned}$$

15.  $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$  을 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

①  $a + b$

②  $b + c$

③  $a + c$

④  $a^2 + ab + bc + ca$

⑤  $a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \{(a + b + c)^3 - a^3\} - (b^3 + c^3) \\ &= (a + b + c - a)\{(a + b + c)^2 + (a + b + c)a + a^2\} \\ &\quad - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\ &= (b + c)(3a^2 + 3ab + 3bc + 3ca) \\ &= 3(b + c)(a^2 + ab + bc + ca) \\ &= 3(b + c)\{a(a + b) + c(a + b)\} \\ &= 3(a + b)(b + c)(c + a)\end{aligned}$$