

1.  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

①  $x = -\sqrt{2}$

②  $x = \sqrt{2}$

③  $x = 0$

④  $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤  $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

2. 이차방정식  $|x^2 - 5| = 4x$ 의 모든 근의 합은?

① 5

② 0

③ 6

④ 10

⑤ 12

해설

i)  $x^2 - 5 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{5}$  또는  $x \geq \sqrt{5} \dots \textcircled{\Gamma}$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } 5$$

$$\Rightarrow x = 5 (\because \textcircled{\Gamma})$$

ii)  $x^2 - 5 < 0 \Rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5} \dots \textcircled{\Delta}$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x-1)(x+5) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } -5$$

$$\Rightarrow x = 1 (\because \textcircled{\Delta})$$

$\therefore$  근의 합 : 6

3. 이차방정식  $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로  
 $k$ 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1\end{aligned}$$

5. 이차방정식  $x^2 + kx + k - 1 = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 3배가 되도록 하는 상수  $k$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

한 근이 다른 한 근의 3배이므로 두 근을  $\alpha$ ,  $3\alpha$ 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 3\alpha = -k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \cdot 3\alpha = k - 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서  $\alpha = -\frac{k}{4}$  이것을 ㉡에 대입하면

$$3\left(-\frac{k}{4}\right)^2 = k - 1, \quad 3k^2 - 16k + 16 = 0, \quad (3k - 4)(k - 4) = 0$$

$$\therefore k = 4$$

해설

6.  $-2 \leq x \leq 2$  에서 함수  $y = -x^2 + 4x + k$  의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$  이므로

$x = 2$  일 때  $y$  의 최댓값은  $k + 4$  이다.

따라서  $k + 4 = 6$  에서  $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$  에서  $y = -(x-2)^2 + 6$  은  $x = -2$  일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

7. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$$

8. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

①  $3\sqrt{2}$

② 4

③  $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$

i)  $x = y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, y = \pm 2$

ii)  $x = 2y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

9. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$  라 할 때,  $ab$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

10.  $a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i$ 가 순허수가 되도록 실수  $a$ 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에  $a = 2$ 가 되면 실수가 된다.  
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

11.  $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$  의 값은?

①  $-26 - 25i$

②  $-26 + 25i$

③  $0$

④  $-25 + 26i$

⑤  $25 + 26i$

해설

$$\begin{aligned} & i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50} \\ &= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \\ & \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\} \\ & + \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1) \\ & 12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i \end{aligned}$$

12. 복소수  $\alpha, \beta$ 에 대하여 연산  $*$ 를  $\alpha * \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$ 라 하자.  $z = \frac{5}{-2-i}$ 일 때,  $z * \bar{z}$ 의 값은?

①  $-1$

②  $1$

③  $-9$

④  $9$

⑤  $0$

해설

$$z = -2 + i, \bar{z} = -2 - i$$

$$z * \bar{z} = (z + \bar{z}) - z\bar{z}$$

$$= -4 - 5$$

$$= -9$$

13. 방정식  $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-20$

해설

$$|x| + |x - 1| = 9 \text{에서}$$

i)  $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii)  $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{(성립하지 않음)}$$

iii)  $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

14.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(a+1)x^2 - 4x + 2 = 0$ 에 대하여 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.  
㉡  $a > 1$ 일 때, 서로 다른 두 허근을 갖는다.  
㉢  $a < 1$ 일 때, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a \neq -1$ 일 때, 주어진 방정식은 이차방정식이다.

서로 다른 두 실근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 4 - 2(a+1) = 2 - 2a > 0$$

$$\therefore a < 1$$

따라서  $a < -1$  또는  $-1 < a < 1$ 일 때,

서로 다른 두 실근을 갖는다.

중근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

따라서,  $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.

서로 다른 두 허근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a < 0$$

$$\therefore a > 1$$

따라서  $a > 1$ 일 때 서로 다른 두 허근을 갖는다.

15. 서현이와 주현이가 이차방정식  $x^2+ax+b=0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는  $a$ 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는  $b$ 를 잘못 보고 풀어서 두 근 -1, -4를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

①  $x^2 - 5x + 3 = 0$

②  $x^2 + 5x + 3 = 0$

③  $x^2 + 5x + 13 = 0$

④  $x^2 + 5x - 13 = 0$

⑤  $x^2 + 5x + 15 = 0$

### 해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수  $a$ 를  $a'$ ,  
주현이가 잘못 본 상수항  $b$ 를  $b'$ 이라 하자.

$x^2 + a'x + b = 0$ 의 두 근이 1, 3이므로

$$b = 1 \times 3 = 3$$

$x^2 + ax + b' = 0$ 의 두 근이 -1, -4이므로

$$-a = (-1) + (-4) = -5$$

$$\therefore a = 5$$

따라서 처음의 이차방정식은  $x^2 + 5x + 3 = 0$

16.  $-1 \leq x \leq 1$  에서 함수  $y = (x^2 - 2x + 2)^2 - 4(x^2 - 2x + 2) + 1$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M \times m$  의 값은?

① 18

② 9

③ 7

④ -9

⑤ -18

해설

$(x^2 - 2x + 2) = t$  로 치환하면,

$$t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3.$$

$t$ 의 범위는  $x$ 에 의해  $1 \leq t \leq 5$ 가 된다.

$$\begin{cases} t = 2\text{일때, } y = -3 \\ t = 5\text{일때, } y = 6 \end{cases}$$

$$\therefore M \times m = -18$$

17. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

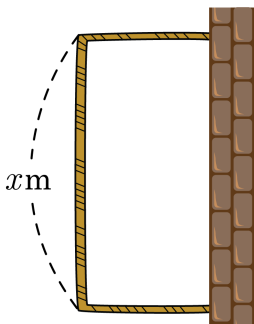
두 수를  $x$ ,  $x + 10$  이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$  일 때, 최솟값  $-25$  를 가진다.

따라서 두 수는  $-5$ ,  $5$  이다.

18. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



①  $70 \text{ m}^2$

②  $40 \text{ m}^2$

③  $50 \text{ m}^2$

④  $80 \text{ m}^2$

⑤  $60 \text{ m}^2$

해설

닭장 넓이를  $y$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left( \frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$  일 때 최댓값  $50 \text{ m}^2$

19. 방정식  $x^3 = 1$  의 두 허근을  $\omega$ ,  $\bar{\omega}$ 라고 할 때, 다음 관계식이 성립하지 않는 것은?

①  $\omega + \bar{\omega} = -1$

②  $\omega \cdot \bar{\omega} = 1$

③  $\omega^2 + (\bar{\omega})^2 = 1$

④  $\omega^2 = \bar{\omega}$ ,  $(\bar{\omega})^2 = \omega$

⑤  $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

### 해설

$$x^3 = 1, (x-1)(x^2 + x + 1) = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad \omega^3 = 1,$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0,$$

$$\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$$

①  $x^2 + x + 1 = 0$  두근은

$\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1(\bigcirc)$$

②  $x^2 + x + 1 = 0$  두근은

$\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$$\omega \cdot \bar{\omega} = 1(\bigcirc)$$

③  $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = (\omega + \bar{\omega})^2 - 2\omega \cdot \bar{\omega}$

$$= (-1)^2 - 2 \cdot 1 = -1(\times)$$

④  $\omega + \bar{\omega} = -1,$

$$\bar{\omega} = -1 - \omega$$

$$= -(1 + \omega) = \omega^2$$

$$\omega + \bar{\omega} = -1, \omega = -1 - \bar{\omega} = -(1 + \bar{\omega})$$

$$= \bar{\omega}^2(\bigcirc)$$

⑤  $\omega^2 + \omega + 1 = 0 (\bigcirc)$

20. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$x, y$  는  $t$  에 대한 이차방정식  $t^2 + 3t - 4 = 0$  의 두 근이므로  
( $t - 1$ )( $t + 4$ ) = 0 에서

$t = 1$  또는  $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

21. 방정식  $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  을 만족시키는 실수  $x, y$ 의 곱  $xy$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$(x + y)^2 + (x - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x + y = 0, x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = -2$$

$$\therefore xy = -4$$

22.  $x^2 + 3ax + b = 0$ 과  $x^2 - ax + c = 0$ 은 공통근 1을 갖는다. 이 때,  $2a^2 + b - c$ 가 최소가 되는  $a$ 의 값은 ?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

조건에서

$$1 + 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - a + c = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} : 4a + b - c = 0$$

$$\therefore b - c = -4a$$

$$\therefore 2a^2 + b - c = 2a^2 - 4a = 2(a - 1)^2 - 2$$

따라서  $a = 1$ 일 때, 최소이다.

23. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-4$  를 가지며 점  $(1, 2)$  를 지난다. 이 때,  $a - b - c$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이  $(3, -4)$  이므로  $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$  를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

24.  $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x$  의 최댓값은?

①  $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④  $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을  $y$  에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을  $y$  에 대한 이차방정식으로 보면  $y$  가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서  $x$  의 최댓값은  $\frac{2}{3}$  이다.

25. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라 하면  $y = -5x^2 + 20x + 60$  인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초

② 2 초, 4 초

③ 2 초, 6 초

④ 3 초, 6 초

⑤ 3 초, 8 초

### 해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은

$$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x - 2)^2 + 80 \text{ 이므로}$$

$x = 2$  일 때  $y$  의 최댓값은 80

따라서 2 초 후이다.

지면에 떨어질 때  $y = 0$  이다.

$$0 = -5x^2 + 20x + 60$$

$$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$$

$$-5(x - 6)(x + 2) = 0$$

그런데,  $x > 0$  이므로  $x = 6$

즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.

26. 삼차방정식  $x^3 + px + q = 0$ 의 한 근이  $\sqrt{3} - 1$ 일 때, 유리수  $p, q$ 에서  $p + q$ 의 값은 ?

① -2

② -1

③ 3

④ 7

⑤ 9

해설

계수가 모두 유리수이고  $-1 + \sqrt{3}$ 이 한 근이므로, 다른 한 근은  $-1 - \sqrt{3}$ 이다.

또 다른 한근을  $\alpha$ 라 하면 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$$(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) + \alpha = 0, \alpha = 2$$

$$(-1 + \sqrt{3})(-1 - \sqrt{3}) + \alpha\{(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3})\} = p$$

$$(-1 + \sqrt{3})(-1 - \sqrt{3})\alpha = -q$$

$$\therefore p = -6, q = 4$$

$$\therefore p + q = -2$$

해설

$$(\sqrt{3} - 1)^3 + p(\sqrt{3} - 1) + q = 0$$

$$-p + q - 10 + (6 + p)\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore -p + q - 10 = 0, 6 + p = 0$$

$$\therefore p = -6, q = 4$$

$$\therefore p + q = -6 + 4 = -2$$

27. 대학수학능력시험 수리탐구 영역(Ⅰ)의 문항 수는 30개이고 배점은 40점이다. 문항별 배점은 1점, 1.5점, 2점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

### 해설

1점짜리 문항을  $x$  개,

1.5점짜리 문항을  $y$  개,

2점짜리 문항을  $z$  개라고 하면

$$x + 1.5y + 2z = 40 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \cdots \textcircled{㉡}$$

( $x \geq 1$ ,  $y \geq 1$ ,  $z \geq 1$ )라고 하면

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times 3 = -x + z = -10,$$

$x = z + 10$ ,  $z \geq 1$  이므로

$$x = z + 10 \geq 11$$

이 때  $y = 18$ 이고 준 조건을 만족하므로

$x$ 의 최솟값은 11

28. 복소수  $z = \frac{2}{1+i}$  에 대하여  $z^3 - 2z^2 + 2z + 5$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z^2 = -2i, \quad z^3 = -2-2i$$

$$\therefore z^3 - 2z^2 + 2z + 5$$

$$= (-2i-2) - 2(-2i) + 2(1-i) + 5$$

$$= 5$$

해설

$$z = 1-i \Rightarrow z-1 = -i$$

$$\Rightarrow z^2 - 2z + 1 = -1$$

$$\Rightarrow z^2 - 2z + 2 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 + 2z + 5 = z(z^2 - 2z + 2) + 5 = 5$$

29.  $a, b, c$ 는 모두 양수이다. 방정식  $ax^2 - bx + c = 0$ 의 해가  $\alpha, \beta$ 일 때, 방정식  $cx^2 - bx + a = 0$ 의 해를 구하면?

①  $\alpha, \beta$

②  $-\alpha, -\beta$

③  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

④  $-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta}$

⑤  $\alpha, -\beta$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$cx^2 - bx + a = 0 \text{에서}$$

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{b}{c} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \quad \left( \because \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} \right)$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{a}{c} = \frac{1}{\alpha\beta}$$

따라서 구하는 두 근은  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이다.

해설

$ax^2 - bx + c = 0$ 의 양변을  $x^2 (\neq 0)$ 으로 나누면

$$a - \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} = 0$$

이 때,  $\frac{1}{x} = t$ 라 놓으면,  $ct^2 - bt + a = 0$

$$t = \frac{1}{x} = \frac{1}{\alpha} \text{ 또는 } \frac{1}{\beta}$$

$\therefore cx^2 - bx + a = 0$ 의 해는  $\frac{1}{\alpha}$  또는  $\frac{1}{\beta}$ 이다.

30. 다음  $x$ 에 관한 두 개의 이차방정식  $\begin{cases} x^2 - 2x + a^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 - ax + 2a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$

에서 공통근이 오직 한 개일 때,  $a$ 의 값과 공통근  $k$ 를 구하면?(단,  $a$ 는 실수)

①  $a = 0$ 일 때  $k = 0$ ,  $a = -1$ 일 때,  $k = 1$

②  $a = 2$ 일 때  $k = 1 \pm \sqrt{3}i$

③  $a = 1$ 일 때  $k = 1$ ,  $a = 2$ 일 때,  $k = 1$

④  $a = 3$ 일 때  $k = 2 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = 2$ 일 때  $k = -1$ ,  $a = 3$ 일 때,  $k = 1$

### 해설

공통근을  $x = k$ 라 하면

$$k^2 - 2k + a^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$k^2 - ka + 2a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 빼주면,  $(k + a)(a - 2) = 0$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } k = -a$$

i)  $a = 2$ 일 때

①, ②이 같아지므로 성립하지 않는다.

ii)  $k = -a$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{에 넣으면 } a = 0 \text{ 또는 } a = -1$$

$$\begin{cases} a = 0 \text{ 이면 } k = 0 \\ a = -1 \text{ 이면 } k = 1 \end{cases}$$