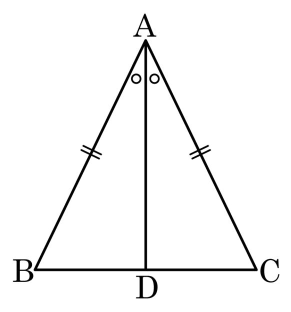
1. 다음 그림에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?



① $\angle A = 80^\circ$ 이면 $\angle B = 60^\circ$ 이다.

② $\angle B = \angle C$

③ $\angle A = 50^\circ$ 이면 $\angle B = 45^\circ$ 이다.

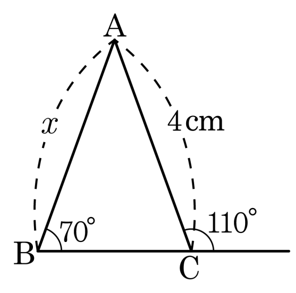
④ $\overline{BD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle A = 60^\circ$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$ 이고,
$\angle A = 80^\circ$ 일 때,$\angle B = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$
이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로,
$\angle ADC = 90^\circ$ 이고 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
그리고 $\angle A = 60^\circ$ 이면, $\angle B = \angle C = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이 된다.

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



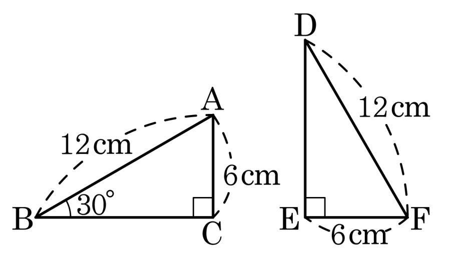
▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\angle ACB = 70°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore x = 4(\mathrm{cm})$

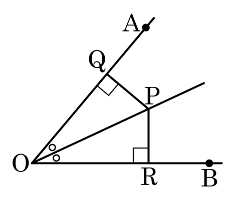
3. 다음 두 직각삼각형이 합동이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{FD}$　② $\angle ACB = \angle FED$
③ $\angle ABC = \angle FDE$　④ $\overline{BC} = \overline{DE}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$

해설
① $\overline{AB} = \overline{FD}$ (H) ② $\angle ACB = \angle FED$ (R) ⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$ (S)
즉, RHS 합동

4. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle OQP = \angle ORP$	㉡ $\angle AOP = \angle BOP$
㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$	㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$
㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

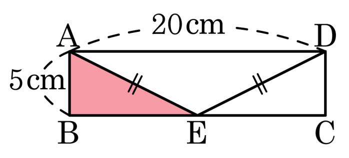
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{OP}$ 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 이다.
$\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2
④ 35cm^2 ⑤ 35cm^2

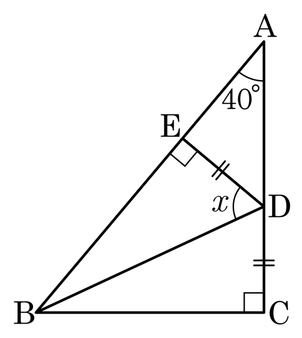
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC = \angle DCE = 90°$ $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

6. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90°$, $\angle A = 40°$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

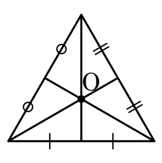


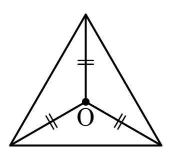
① 45°　　② 50°　　③ 65°　　④ 70°　　⑤ 75°

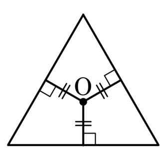
해설

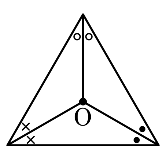
$\triangle BDE \equiv \triangle BDC$(RHS합동) 이므로,
$\angle EBD = \angle CBD = 25°$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65°$

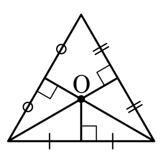
7. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


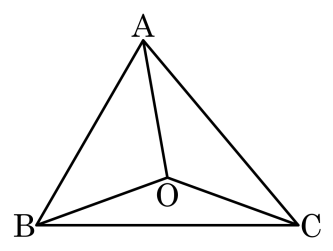
④


⑤


해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

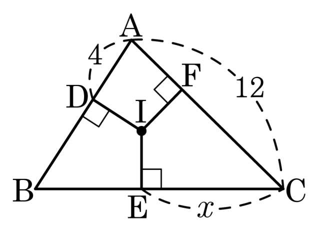


① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$ ④ $70°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle ACB = 360° \times \dfrac{5}{(5+6+7)} \times \dfrac{1}{2} = 50°$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



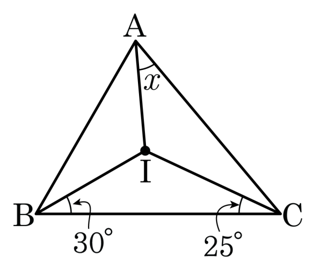
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$이다.
따라서 $4 + x = 12$이므로 $x = 8$이다.

10. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



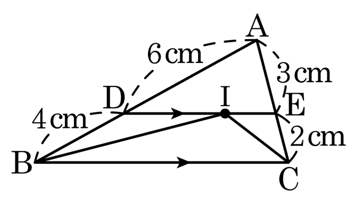
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

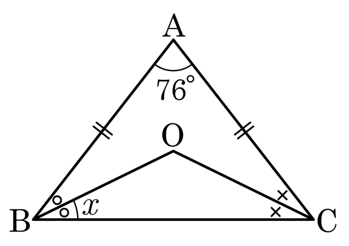


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

12. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 76°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

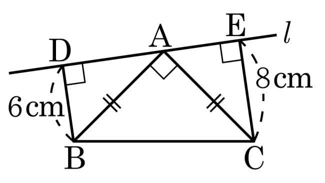


① $20\,°$ ② $22\,°$ ③ $24\,°$ ④ $26\,°$ ⑤ $28\,°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
그런데 $\angle ABC$ 와 $\angle ACB$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 76° = 104°$
$\therefore \angle x = 26\,°$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

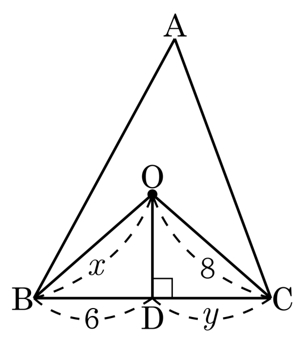


① $12\,\text{cm}^2$ ② $18\,\text{cm}^2$ ③ $24\,\text{cm}^2$
④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $36\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로
$\overline{AD} = \overline{CE} = 8(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

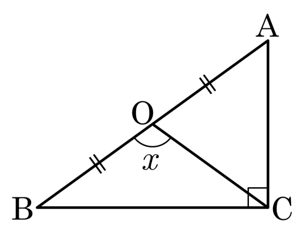


① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
$x = 8$, $y = 6$, $x + y = 14$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105°　② 106°　③ 107°　④ 108°　⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

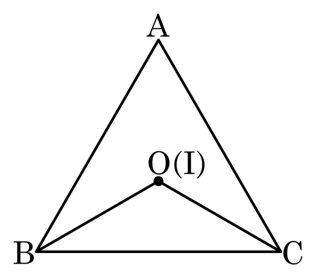
$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$

$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90° = \frac{3}{5} \times 90° = 54°$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

16. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

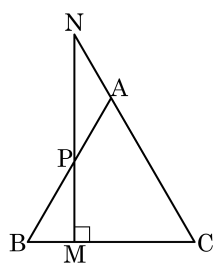
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60°$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AP} = \overline{BP}$

② $\overline{AP} = \overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$

④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

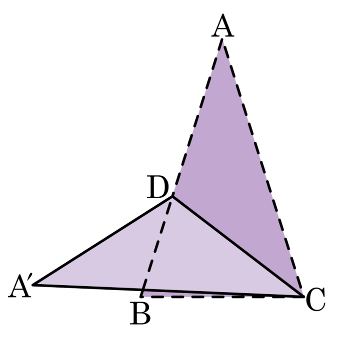
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

18. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle ACD = 35°$
$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$
($\because$ $\triangle ABC$는 이등변삼각형)
$\therefore$ $\angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

19. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 185π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

외접원의 반지름 : $\dfrac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

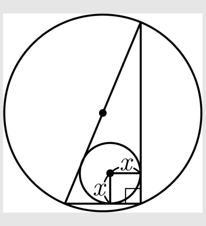
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

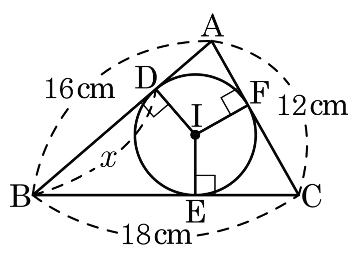
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$