

1. 다음 중에서 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 반지름의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 원의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ② 자동차가 시속 60 km 의 속력으로 x 시간 동안 달린 거리는 $y\text{ km}$ 이다.
- ③ 한 모서리의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정육면체의 부피는 $y\text{ cm}^3$ 이다.
- ④ 가로와 길이가 $x\text{ cm}$, 세로의 길이가 $(x - 3)\text{ cm}$ 인 직사각형의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ⑤ 한 변의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정사각형의 둘레의 길이는 $y\text{ cm}$ 이다.

해설

- ① $y = \pi x^2$
- ② $y = 60x$
- ③ $y = x^3$
- ④ $y = x(x - 3)$
- ⑤ $y = 4x$

2. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y = -2x^2$ $[-1] \Rightarrow y = -2$

② $y = (x - 3)^2$ $[2] \Rightarrow y = 1$

③ $y = (x + 2)(x - 3)$ $[2] \Rightarrow y = 4$

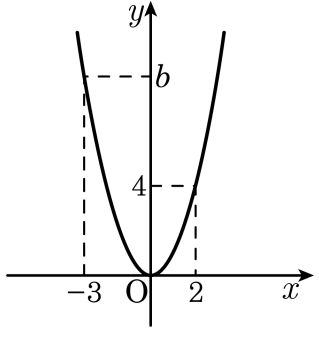
④ $y = x^2 - 3$ $[1] \Rightarrow y = -2$

⑤ $y = (x + 1)^2 - 4$ $[-1] \Rightarrow y = -4$

해설

③ $y = -4$

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 차례로 나타내면?



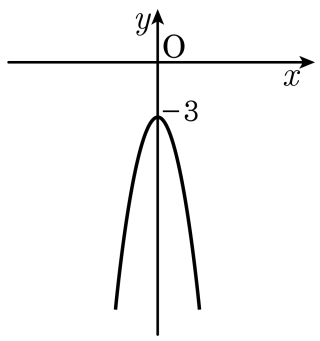
- ① $a = -2, b = 16$
- ② $a = -2, b = -16$
- ③ $a = 2, b = 18$
- ④ $a = 1, b = 9$
- ⑤ $a = -2, b = 20$

해설

점 $(2, 4)$ 를 $y = ax^2$ 가 지나므로 $4 = 4a, a = 1$ 이다. $y = x^2$ 이다.

점 $(-3, b)$ 를 지나므로 $(-3)^2 = b, b = 9$ 이다.

4. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 -3 만큼 평행 이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지난다고 할 때, 상수 m 의 값은?



- ① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$y = -2x^2 - 3$ 이 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2(2)^2 - 3 = -11$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = -3$ 을 축으로 하는 것은?

① $y = x^2 - 3$

② $y = (x - 3)^2 + 1$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 1$

⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$

각각에서 축의 방정식을 구해 보면

① $x = 0$ ② $x = 3$ ③ $x = 0$

④ $x = -3$ ⑤ $x = 0$

6. $y = -x^2 + 4x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은?

① $y = -x^2$

② $y = -x^2 - 4$

③ $y = -x^2 + 8x$

④ $y = -x^2 - 4x$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 4$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점 $(2, 3)$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $(0, 0)$ 이다. 따라서 구하는 식은 $y = -x^2$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

8. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

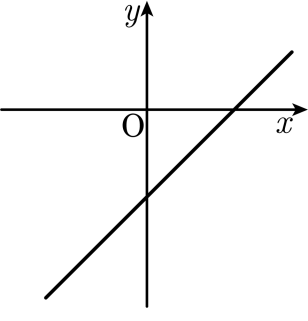
$$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, \quad a = -1 \quad \therefore y = x^2 + 3x - 1$$

점 $(-1, b)$ 를 지나므로 $x = -1, y = b$ 를 대입하면

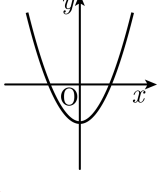
$$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

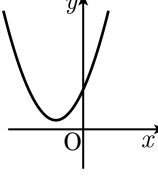
9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



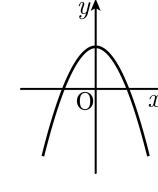
①



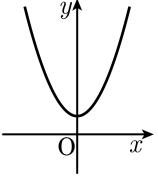
②



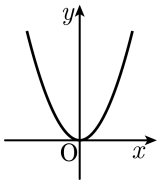
③



④



⑤

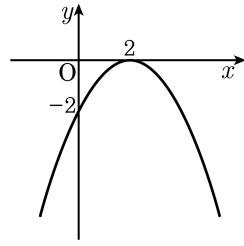


해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

10. 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 해는?

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$
④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$



해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이므로 $b = 2$ 이다.

$y = a(x-2)^2$ 이 점 (0, -2) 를 지나므로

$$-2 = a(0-2)^2$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$ax^2 + bx - 2 = 0$ 에 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ 를 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

11. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

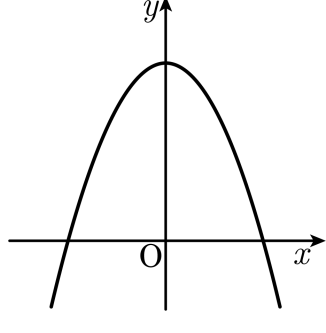
④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1 사분면
- ② 제2 사분면
- ③ 제3 사분면
- ④ 제4 사분면

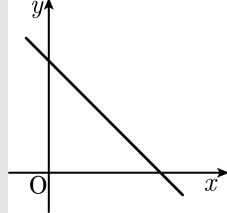
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다.

지나지 않는 사분면은 제3 사분면이다.



13. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은 $(3, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 18)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

15. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.
- ② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = (x - 2)^2 - 2$

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
- ⑤ y 도 증가한다.

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

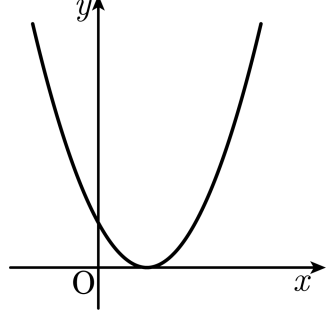
해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

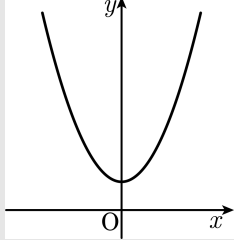
17. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



- ☒ ① 제1, 2 사분면
- ☐ ② 제3, 4 사분면
- ☐ ③ 제1, 2, 4 사분면
- ☐ ④ 제2, 3, 4 사분면
- ☐ ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0, p > 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



18. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

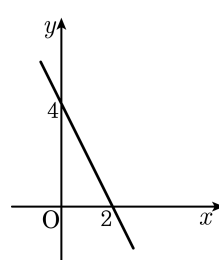
$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$

③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$



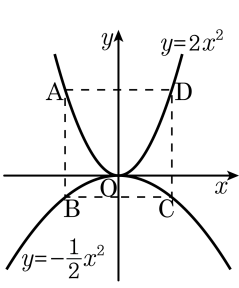
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

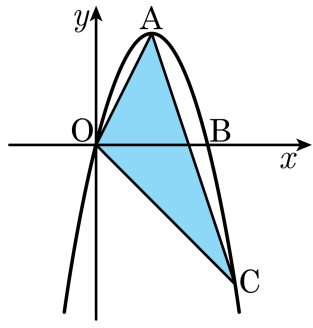
$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

21. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
 ④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

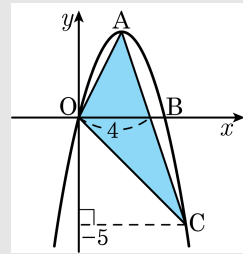
해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \text{ 이므로 꼭짓점 } A(2, 4)$$

$$\text{또한 } y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$\text{따라서 점 } B(4, 0) \text{ 이다. } \therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5 \text{ 이므로 } \triangle OBC \text{ 의 넓이는 } 10 \text{ 이다.}$$



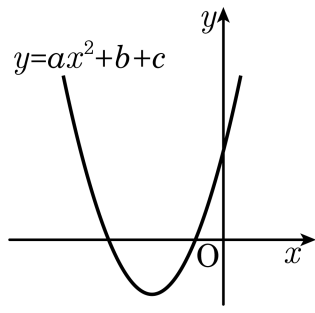
$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

$$\text{점 C 의 } x \text{ 좌표를 } c \text{ 라고 하면 } -c^2 + 4c = -5$$

$$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0 \text{ 이므로 } c = 5$$

$$\therefore C(5, -5)$$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ☒ ① $a + b + c > 0$
 ☐ ② $a < 0$
 ☒ ③ $b > 0$
☐ ④ $c < 0$
☐ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.