1. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ 2,\ \{1,\ 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\{1, 2\} \subset A$ ③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\varnothing \subset A$ ⑤ $n(A) = 5$

해설

⑤ $n(A) = 4$

2. 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것은 ?

① 임의의 집합 A 는 자신의 집합 A 의 부분집합이다.

② 공집합은 임의의 집합의 부분집합이다.

③ 공집합은 공집합의 부분집합이다.

④ 임의의 집합 A 에 대하여 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의할 때, $A \subset 2^A$ 이다.

⑤ 집합 A, B 에 대하여 $A - B = \varnothing$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

③ $\varnothing$ 의 부분집합은 $\varnothing$

④ 예를 들어 $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$, $A = \{1, 2\}$ 일 때

$2^A = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, A\} \rightarrow \varnothing \in 2^A$

$\varnothing \subset 2^A$, $\{\varnothing\} \subset 2^A$, $A \in 2^A$, $\{A\} \subset 2^A$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \varnothing) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \varnothing) \cup B = \varnothing \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A = B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

4. 두 조건 $A = \{1,\ a^3 - 3a\},\ B = \{a + 2,\ a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2,\ a^2 - a - 2 = 0,\ a = -1\ or\ 2$

$a = -1$ 이면, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\}$ 즉, 조건에 어긋난다.

$\therefore\ a = 2$ 이면, $A = \{1, 2\},\ B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

5. 집합 $A = \{x | x$는 20보다 작은 소수$\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 $2, 3, 5, 7$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는

$2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x\text{는 7보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x\text{는 6의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

① $\{4,\ 5\}$

② $\{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$

③ $\{x|x\text{는 } 2 \le x < 7\text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x\text{는 7미만의 소수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 5이하의 자연수}\}$

해설

집합$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x\text{는 7미만의 소수}\} = \{2,\ 3,\ 5\} \not\ni 4$

7. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B = \{3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 10 개 ② 8 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,
$(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$ 이므로
$(A \cap B) \subset X \subset A$
집합 X 는 3, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

8. $U = \{x \mid x$는 8보다 작은 자연수$\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B^c = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$ 일 때, $A^c - B$ 은?

① $\{4\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{4, 5\}$

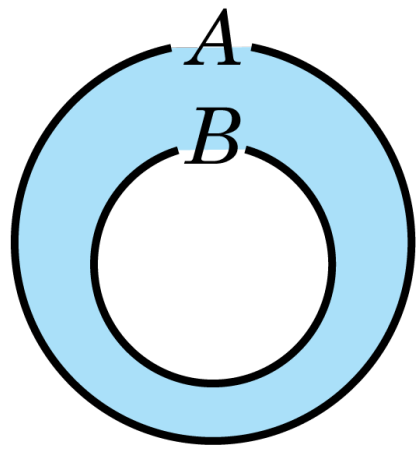
④ $\{4, 5, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B^c = \{2, 4, 6\}$ 이므로

$A^c - B = \{4, 5, 7\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{4\}$ 이다.

9. 두 집합 A, B에 대하여 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 공집합이 아닐 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $B \subset A$

② $B - A = \varnothing$

③ $2 \in A$이면 $2 \in B$이다.

④ $A \cap B = B$

⑤ $n(A) > n(B)$

해설

③ $A - B \neq \phi$이다. 예를 들면 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$이면 $2 \in A$이지만 $2 \notin B$이다.

10. 두 집합 $A = \{1, a, a+2\}, B = \{a-1, 5, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$A - B = \{3\}$ 이므로 $3 \in A$ 이다.

(1) $a = 3$ 일 때, $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5, 6\}$ 이고 $A - B = \{3\}$ 이다.

(2) $a+2 = 3$ 일 때, $A = \{1, 3\}, B = \{0, 2, 5\}$ 이므로 $A-B = \{1, 3\}$ 이다.

따라서 (1),(2) 에서 $a = 3$ 이다.

11. 다음 보기 중 $B-A$ 와 다른 집합을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $B-A^c$ ㉡ $(A\cup B)^c$ ㉢ $B-(A\cap B)$

㉣ $B\cap A^c$ ㉤ $(A\cup B)\cap A^c$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$B-A=B\cap A^c=B-(A\cap B)=(A\cup B)\cap A^c$ 이므로 다른 집합은 ㉠, ㉡이다.

12. 100이하의 자연수 중 k의 배수 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \cdots)$라 할 때, $n(A_2 \cap A_3 \cap A_4)$ 의 값은? (단, $n(A)$는 A의 원소의 개수)

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 33 ⑤ 50

해설

$A_a \cap A_b \rightarrow a$와 b의 공배수의 집합 $\rightarrow a$와 b의 최소공배수의 배수집합 $\rightarrow A_{a와\ b의최소공배수}$

$n(A_2 \cap A_3 \cap A_4) = A_{12} \Rightarrow 12$배수의 집합

$100 \div 12 = 8 \cdots 4$이므로 8개

13. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x\text{는 학생}\}$, $C = \{x|x\text{는 여자}\}$에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?

① $(A \cup B) - C$　② $A \cup B \cup C$　③ $(A \cap B) - C$

④ $A \cap B \cap C^c$　⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로

$(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

14. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots,\ 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{x \mid 0 \le x \le 18$인 정수$\}$

㉡ $A = \{x \mid 1 < x \le 17$인 짝수$\}$

㉢ $A = \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$

㉣ $A = \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

㉤ $A = \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots,\ 18\}$
$= \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\}$ 일 때, $B \subset A$ 가 되도록 하는 실수 a 의 범위는?

① $a > 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a > 1$ ④ $a > 2$ ⑤ $a \geq 2$

해설

(i) $B = \phi$ 일 때,
당연히 $B \subset A$ 이므로
$B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\} = \phi$ 에서
이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} = a^2 - 2a < 0$
$\therefore\ 0 < a < 2$
(ii) $B \neq \phi$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 두 근을
α, β $(\alpha \leq \beta)$ 라 하면
$x^2 - 2ax + 2a \leq 0 \Leftrightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$
이 때, $B = \{x \mid \alpha \leq x \leq \beta\} \subset \{x \mid x \geq 1\} = A$ 이므로 $\alpha \geq 1$ 이고 $\beta \geq 1$ 이어야 한다.
따라서, $f(x) = x^2 - 2ax + 2a$ 라 하면
㉠ $\frac{D}{4} = a^2 - 2a \geq 0$ 에서
$a \leq 0$ 또는 $a \geq 2$
㉡ $f(1) \geq 0$ 에서 $1 > 0$ 이므로
a 는 모든 실수
㉢ (대칭축) ≥ 1 에서 $a \geq 1$
㉠, ㉡, ㉢의 공통범위는 $a \geq 2$
(i), (ii) 에서 $a > 0$

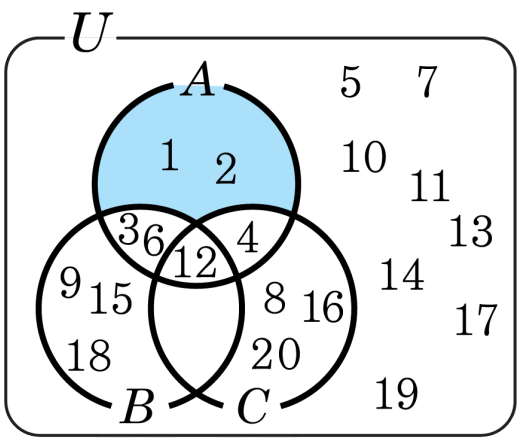
16. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x\text{는 } 12 \text{ 의 약수}\}$,
$B = \{x|x\text{는 } 3 \text{ 의 배수}\}$,
$C = \{x|x\text{는 } 4 \text{ 의 배수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

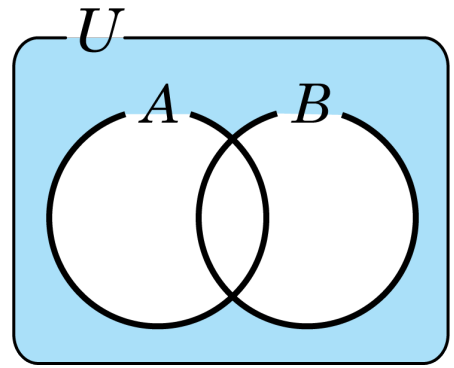
▷ 정답 : $\{1, 2\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 18, 19, 20\}$,
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.
$\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$



17. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



① $(A \cap B)^c$

② $A^c \cap B^c$

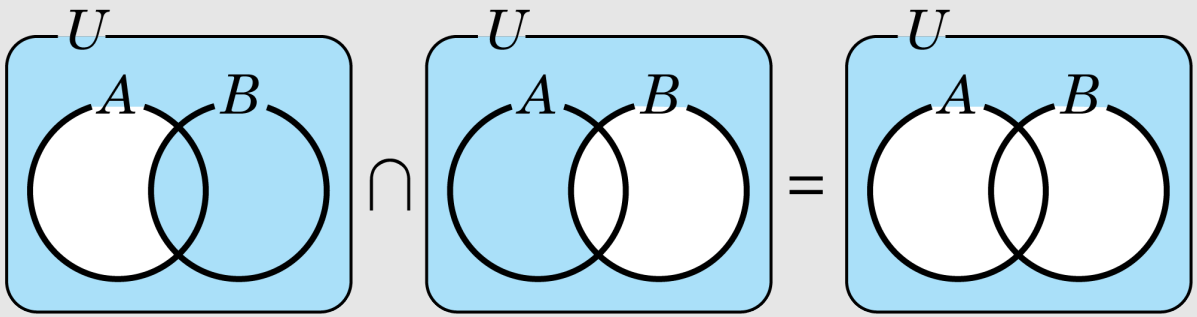
③ $U - (A \cap B)$

④ $U - (A \cup B)$

⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



18. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여$A \times B = \{(a,\ b) | a \in A,\ b \in B\}$ 로 정의할 때, $(A \times B) \cup (B \times A)$ 의 원소의 개수는?

① 12 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

$A \times B$는 $a \in A$, $b \in B$인 모든 순서쌍 $(a,\ b)$로 이루어지므로

$A \times B = \{(1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5)\}$

$B \times A = \{(2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (3,1),\ (3,2),\ (3,3),\ (4,1),\ (4,2),\ (4,3),\ (5,1),\ (5,2),\ (5,3)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,2),\ (2,3),\ (3,2),\ (3,3)\}$

따라서, $n(A \times B) = 12$, $n(B \times A) = 12$, $n((A \times B) \cap (B \times A)) = 4$ 이므로

$n((A \times B) \cup (B \times A)) = n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A))$

$= 12 + 12 - 4 = 20$

19. 집 합 A = $\{x|x$는 20보다 작은 2의 배수$\}$, B = $\{x|x$는 20보다 작은 4의 배수$\}$ 가 있다.
이 때, $X-A=\varnothing$, $X\cap B=\varnothing$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

A = $\{x|x$는 20보다 작은 2의 배수$\}$ = $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

$B=\{x|x$는 20보다 작은 4의 배수$\}=\{4, 8, 12, 16\}$

$X-A=\varnothing \Rightarrow X\subset A$, $X\cap B=\varnothing \rightarrow$ 집합 X 는 원소 $4, 8, 12, 16$ 을 반드시 포함하지 않는다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{9-4}=32$ (개)

20. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,
$n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$