

1. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

2. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

3. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

4. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

5. 복소수 $(1 + 2i)x - (2 + i)y + i$ 를 제공하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉, z 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$ 와 $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$ 또는 -4 이다.

6. $z = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$ 의 값을 구하여라. ($i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

7. 임의의 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 의 곱 $z\bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ 을 간단히 하면?

① $-y$

② $-x$

③ x

④ y

⑤ 0

해설

$$z\bar{z} = 1 \text{ 에서 } \frac{1}{z} = \bar{z} = x - yi$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) &= \frac{1}{2} \{ (x + yi) + (x - yi) \} \\ &= \frac{1}{2} \times 2x \\ &= x \end{aligned}$$

8. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144

② 196

③ 288

④ 308

⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{ 에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

9. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A * B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \star (A^2 * AB)$ 와 같은 것은?

① AG

② A

③ AL

④ AB

⑤ I

해설

$A = Ga, B = Gb(a, b$ 는 서로소)로 놓으면

$$(A^2 * B^2) \star (A^2 * AB)$$

$$= (G^2a^2 * G^2b^2) \star (G^2a^2 * G^2ab)$$

$$= G^2 \star G^2a$$

$$= G^2a$$

$$= AG$$

10. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

① $(x-3)^2$

② $3x^2 + 2x - 5$

③ $\frac{1}{5}(x-3)^2$

④ $x^2 + 2x - 5$

⑤ $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$$f(-3) = 4$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2 (\because f(x)$ 는 $(x-3)^2$ 으로 나누어 떨어진다.

$$f(x) = (x-3)^2 \{(x+3)Q(x) + a\}$$

$$f(-3) = (-3-3)^2 a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지} : \frac{1}{9}(x-3)^2$$