1. 다음에서 항상 닮음인 도형이 아닌 것을 고르시오.

㉠ 두 이등변삼각형	㉡ 두 직사각형
㉢ 원	㉣ 두 마름모
㉤ 두 정사각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢,㉤은 항상 닮은 도형이 된다.

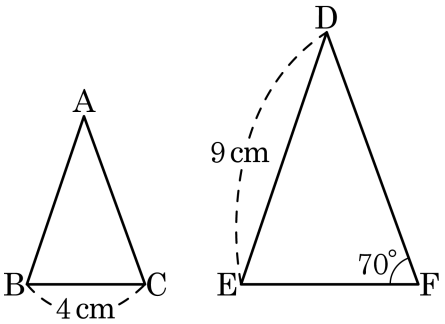
2. 다음 중 항상 서로 닮음인 도형은?

① 두 이등변삼각형
② 두 직각삼각형
③ 두 직사각형
④ 두 원
⑤ 두 부채꼴

해설

항상 닮음이 되는 평면도형은 두 원, 두직각이등변삼각형, 두 정다각형이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 2 : 3 일 때, 보기에서 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle C = 70°$

㉡ $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 9$

㉢ $\angle A : \angle D = 2 : 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

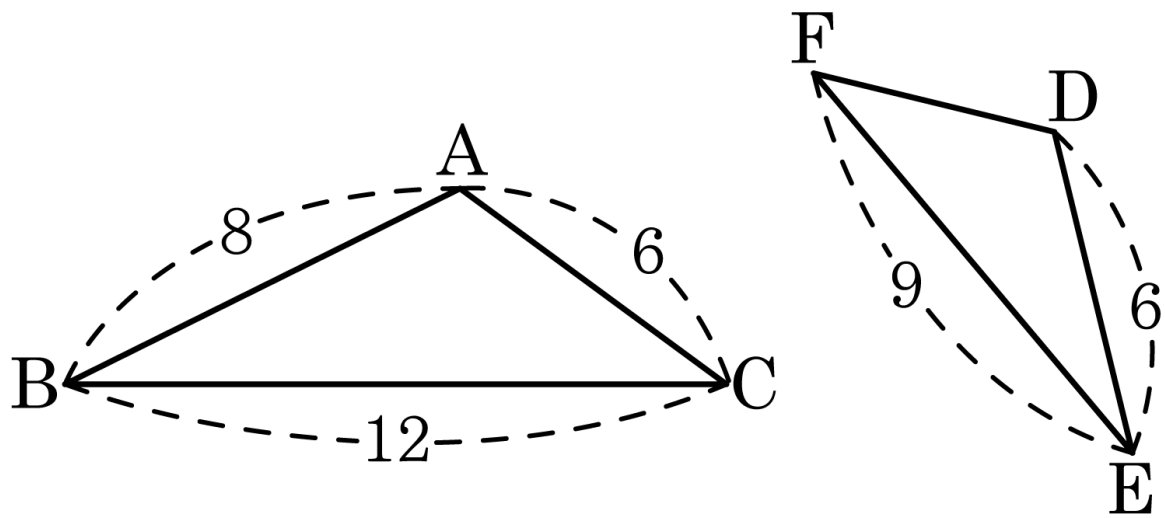
해설

㉠ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle C$ 의 크기는 대응각 $\angle F$ 와 같이 70° 이다. (○)

㉡ 닮음 도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같다. 따라서 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 3$ 이 된다.(×)

㉢ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다. 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.(×)

4. 다음 두 도형이 닮음이 되도록 할 때, 필요한 조건을 고르면?



① $\overline{\mathrm{FD}} = 4$

② $\overline{\mathrm{FD}} = 4.5$

③ $\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{E}$

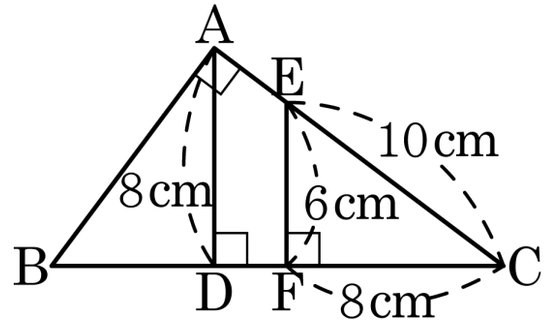
④ $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{D}$

⑤ $\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{D}, \overline{\mathrm{FD}} = 4$

해설

② $\overline{\mathrm{FD}} = 4.5$ 이면, SSS 닮음 조건을 만족하여 두 도형의 닮음비는 4:3이 된다.

5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{50}{3}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle FEC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

$\overline{EF} : \overline{AD} = \overline{EC} : \overline{AC}$

$6 : 8 = 10 : \overline{AC}$

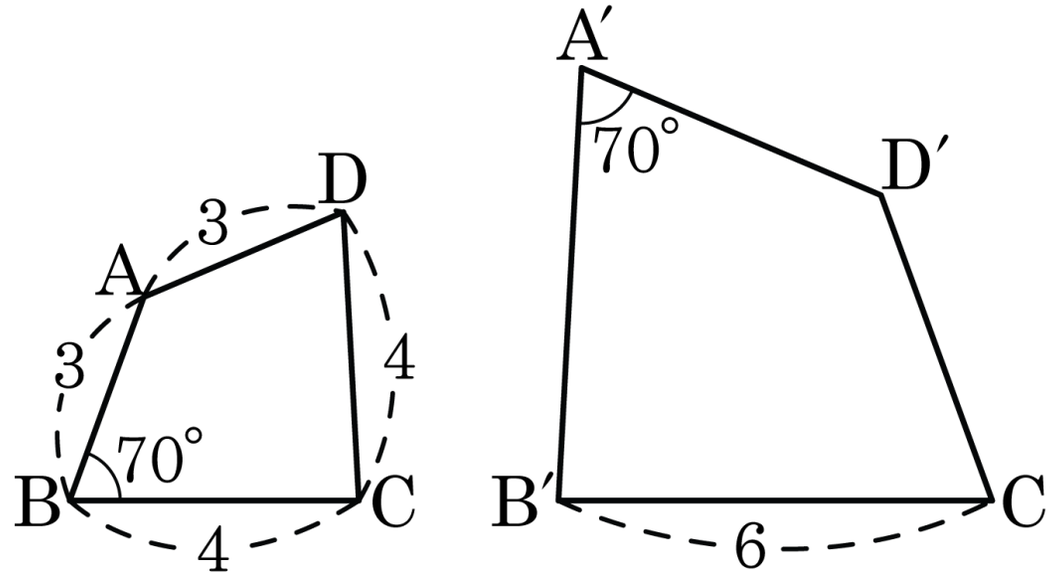
$\overline{AC} = \frac{40}{3}$

$\overline{EC} : \overline{FC} = \overline{BC} : \overline{AC}$

$10 : 8 = \overline{BC} : \frac{40}{3}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{50}{3}(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD \backsim \square A'B'C'D'$ 일 때, $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



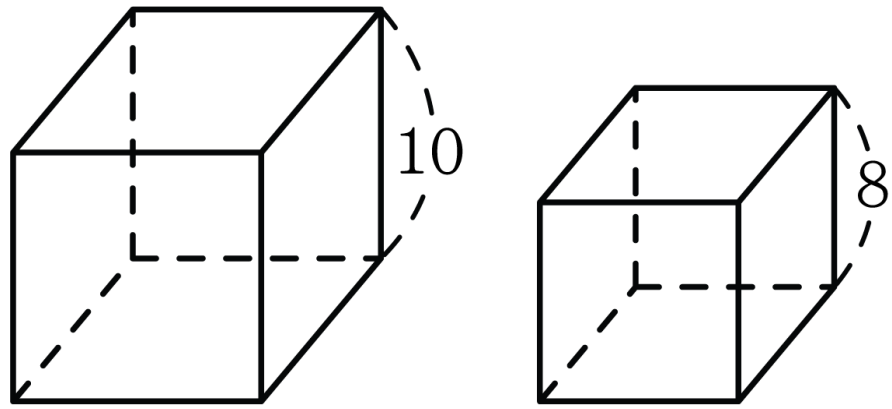
▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\overline{BC} : \overline{B'C'} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 $3 + 3 + 4 + 4 = 14$ 이므로 $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이는 $2 : 3 = 14 : x$, $x = 21$ 따라서 $x = 21$ 이다.

7. 다음 그림의 두 정육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 정육면체의 닮음비는?

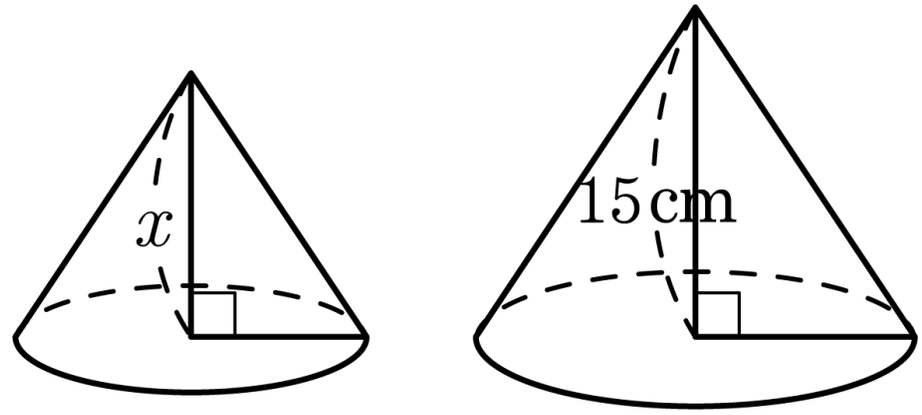


① 4 : 1 ② 10 : 3 ③ 5 : 4 ④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

해설

두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 $10 : 8 = 5 : 4$ 이다.

8. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형이고, 각각의 밑면인 원의 원주의 길이가 각각 16πcm, 20πcm 일 때, 작은 원뿔의 높이 x를 구하여라.



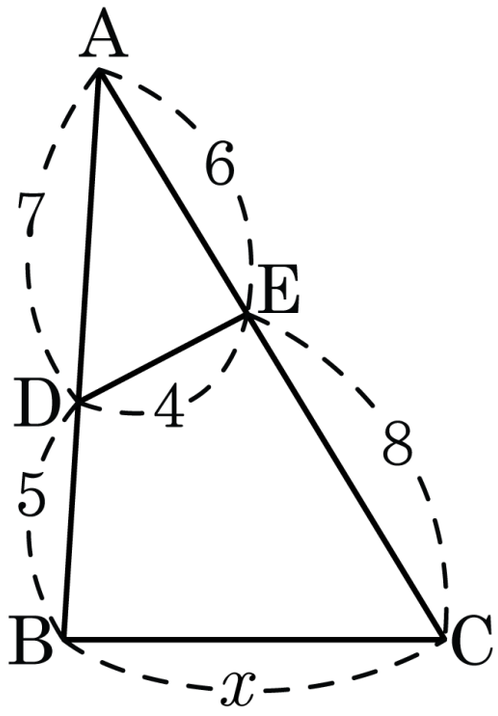
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

밑면의 둘레가 각각 16π cm, 20π cm 이므로 밑면의 반지름의 길이는 각각 8cm, 10cm 이다. 두 원기둥이 서로 닮은 도형이므로 밑면의 반지름의 길이의 비는 높이의 비와 같으므로 $8 : 10 = x : 15$, $x = 12$ cm 이다.

9. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

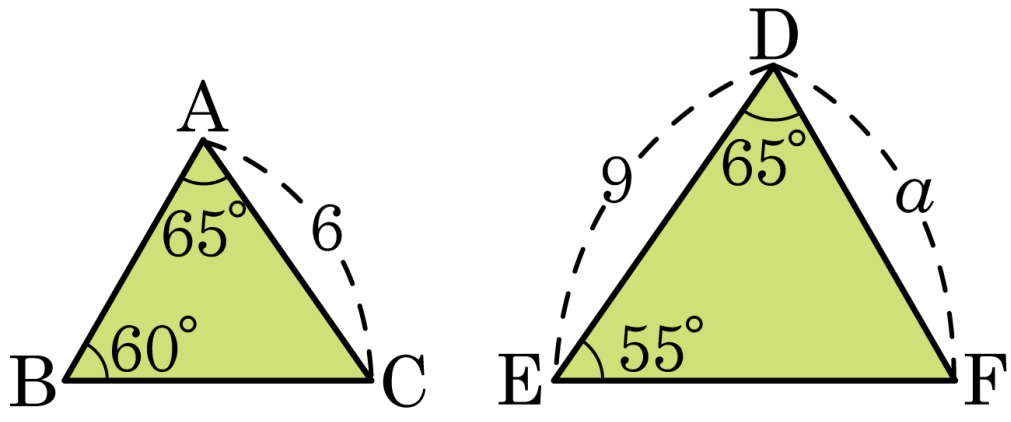
$\angle A$ 는 공통, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$

$2 : 1 = x : 4$

$x = 8$

10. 다음 두 삼각형을 보고 $\overline{AB}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내면?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{4}{3}a$ ④ $\frac{3}{4}a$ ⑤ $\frac{2}{5}a$

해설

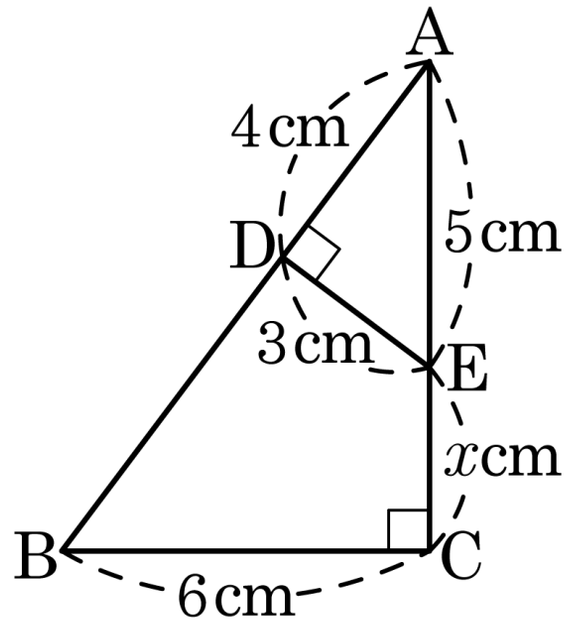
$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$(AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{DE}$

$\overline{AB} : a = 6 : 9$

$9\overline{AB} = 6a$, $\overline{AB} = \frac{2}{3}a$

11. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통,

$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$(5 + x) : 4 = 6 : 3$

$3(5 + x) = 24$

$5 + x = 8 \quad \therefore \ x = 3$

12. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형

② 반지름의 길이가 다른 두 원

③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형

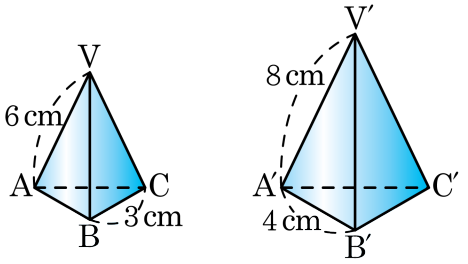
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

13. 다음 그림에서 두 삼각뿔 V – ABC 와 V′ – A′B′C′ 이 닮은꼴일 때, 보기에서 맞는 것을 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB}$ 의 대응변은 $\overline{A'B'}$ 이다.

㉡ 면 VBC에 대응하는 면은 면 V′A′B′ 이다.

㉢ 닮음비는 2 : 1 이다.

㉣ 닮음비는 3 : 4 이다.

㉤ 면 VAB에 대응하는 면은 면 V′A′B′ 이다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉡ 면 VBC에 대응하는 면은 면 V′B′C′ 이다.
㉢ 닮음비는 3 : 4 이다.

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

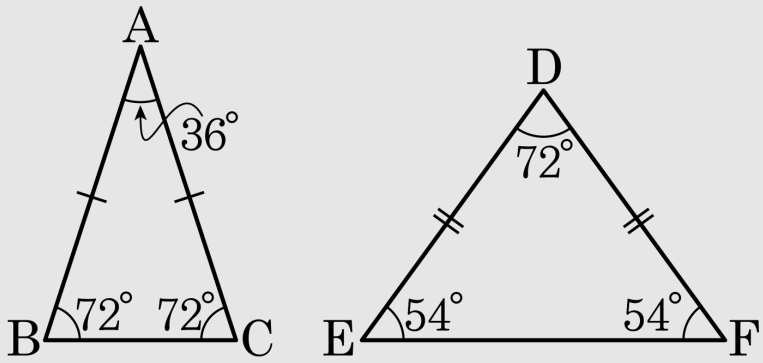
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)

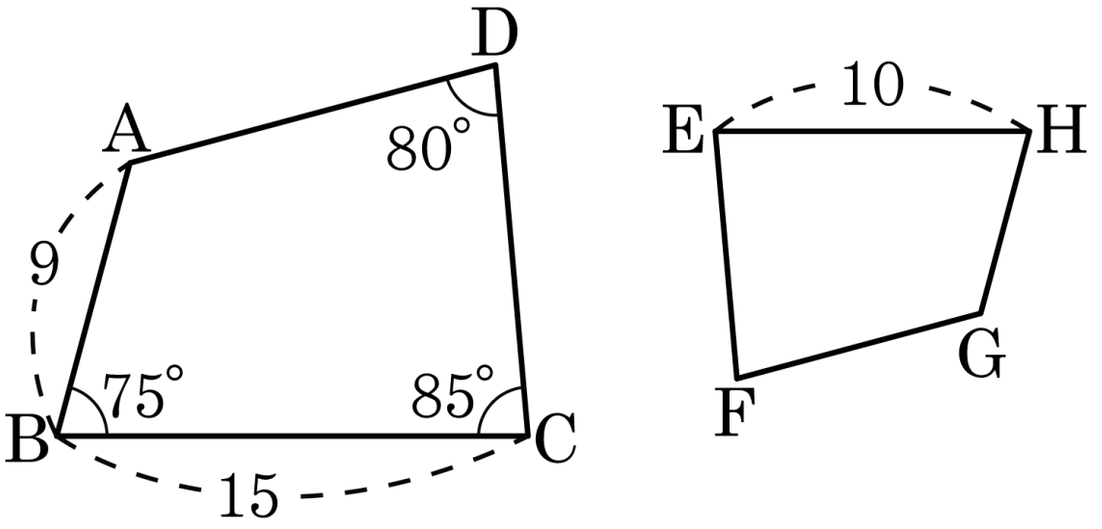


$\angle B = \angle D$인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

15. 다음 그림에서 $\square ABCD \backsim \square GHEF$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 두 사각형의 닮음비는 $3 : 2$ 이다.

② $\overline{GH}$ 의 길이는 6 이다.

③ $\angle H$ 는 $75°$ 이다.

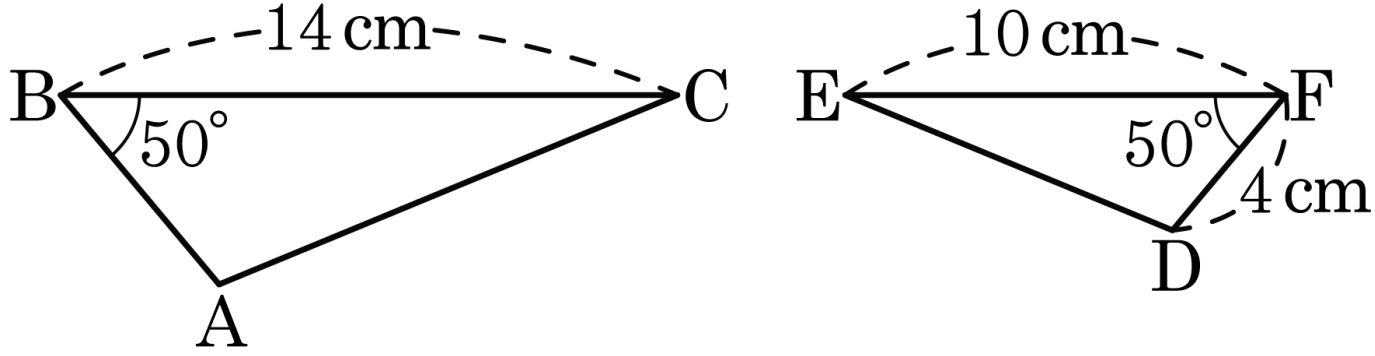
④ $\overline{FG}$ 의 길이는 알 수 없다.

⑤ $\angle F = 110°$ 이다.

해설

⑤ $\angle F = 80°$ 이다.

16. 다음과 같이 닮은 도형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DFE$ 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5.6 cm

해설

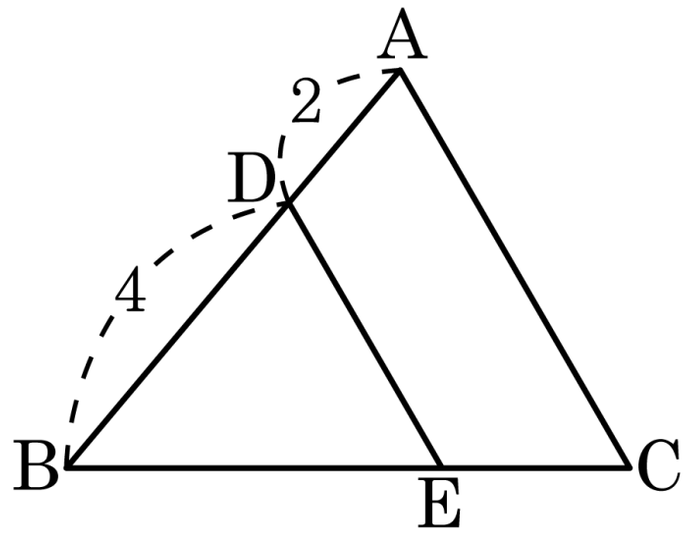
두 삼각형의 닮음비가

$10 : 14 = 5 : 7$ 이므로

$5 : 7 = 4 : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AB} = 5.6\,\text{cm}$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\triangle DBE$를 일정한 비율로 확대한 것이다. $\triangle DBE$의 둘레의 길이가 12일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

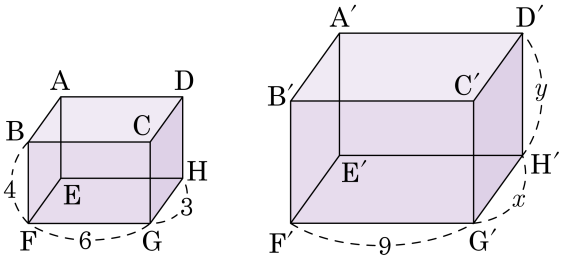
해설

$\triangle ABC$의 둘레의 길이를 x라 하면, 두 삼각형의 닮음비는 $4 : 6 = 2 : 3$이므로 $2 : 3 = 12 : x$

$\therefore\ x = 18$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 18이다.

18. 아래 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고 □ABCD와 □A′B′C′D′이 대응하는 면일 때, 닮음비를 $a : b$라 하고, 이 때, x, y의 값을 구하여 $a+b+x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{2}$

해설

대응하는 모서리의 길이의 비가 닮음비와 같으므로

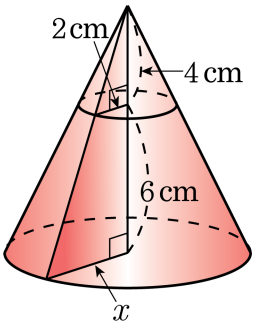
닮음비 $a : b = 6 : 9 = 2 : 3$

$2 : 3 = 3 : x$에서 $x = \frac{9}{2}$

$2 : 3 = 4 : y$에서 $y = 6$

$\therefore\ a+b+x+y = 2+3+\frac{9}{2}+6 = \frac{31}{2}$

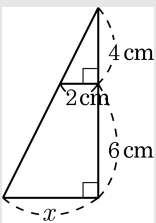
19. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 그 단면인 원의 반지름의 길이는 2cm이다. 이때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

원뿔을 자른 평면은 다음과 같다.



$2 : x = 4 : (4+6)$

$4x = 20$

$\therefore\ x = 5$

20. 다음 중 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이 되지 않는 것은?

① $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$

② $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}, \angle C = \angle C'$

③ $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{3}{4}, \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dfrac{1}{2}, \angle A = \angle A'$

⑤ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$

해설

② SAS 닮음이 되려면 두 대응하는 변의 길이의 비와 그 끼인 각이 각각 같아야 한다.

① SSS 닮음

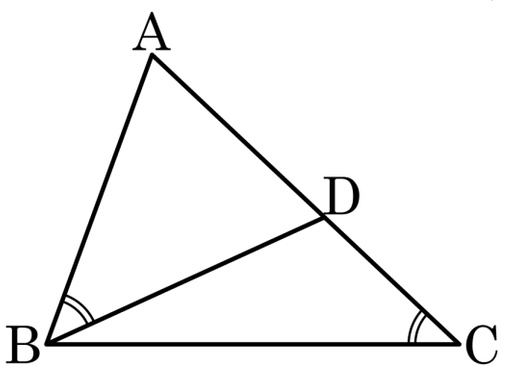
③ AA 닮음

④ SAS 닮음

⑤ AA 닮음

21. 다음은 $\angle ABD = \angle ACB$ 일 때, 두 삼각형이 닮음임을 증명하는 과정이다. 알맞은 것을 고르면?

[증명]
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACB$ 에서 (①)는 공통.
가정에서 (②)=(③)
삼각형의 닮음조건 (④)에 의하여 $\triangle ABD$ (⑤) $\triangle ACB$ 이다.



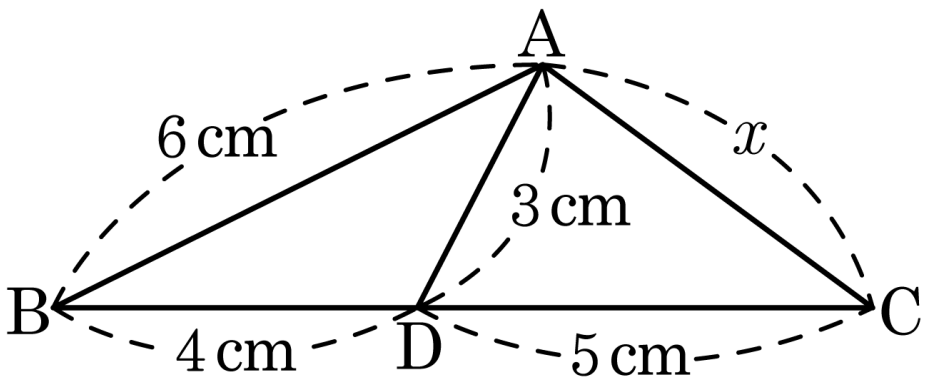
① $\angle B$ ② $\angle ADB$ ③ $\angle ACB$

④ $\angle SSS$ ⑤ $\equiv$

해설

가정에서 $\angle ABD = \angle ACB$
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle ACB$ (SAS닮음) 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BD} = 4cm$, $\overline{DC} = 5cm$, $\overline{AD} = 3cm$ 일 때, x 의 값은?



① 3cm ② 3.5cm ③ 3.5cm

④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD$ 과 $\triangle CBA$ 에서

$\overline{AB} : \overline{CB} = 6 : 9 = 2 : 3$

$\overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 6 = 2 : 3$

$\angle B$ 는 공통

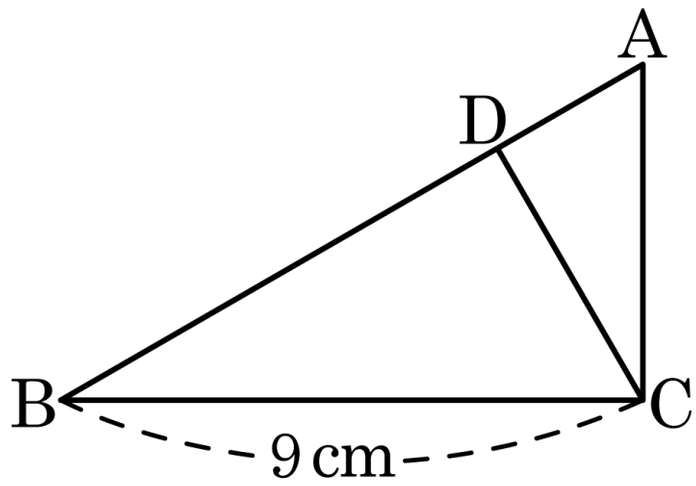
$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로 $6 : (4+5) = 3 : x$

$6x = 27$

$\therefore x = 4.5$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$이다. $\overline{BC} = 9\text{cm}$일 때 , $\overline{CD}$의 길이를 구하면?



① 4cm ② $\frac{9}{2}\text{cm}$ ③ 5cm

④ $\frac{11}{2}\text{cm}$ ⑤ 7cm

해설

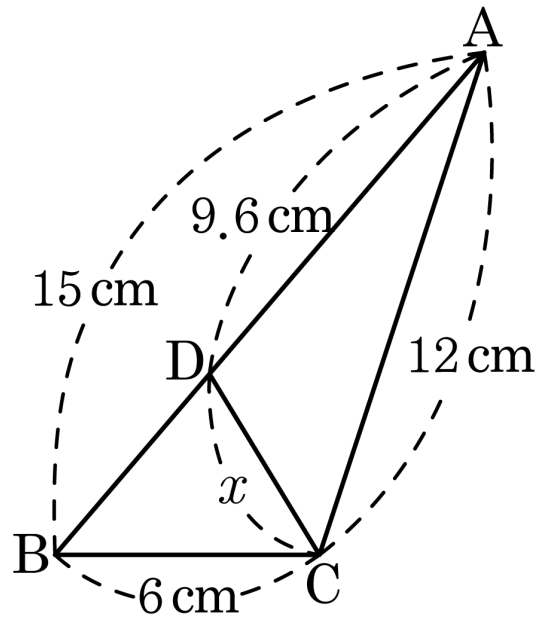
$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2$, $\angle A$는 공통

$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$이고 닮음비는 $1 : 2$

따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$이다.

24. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

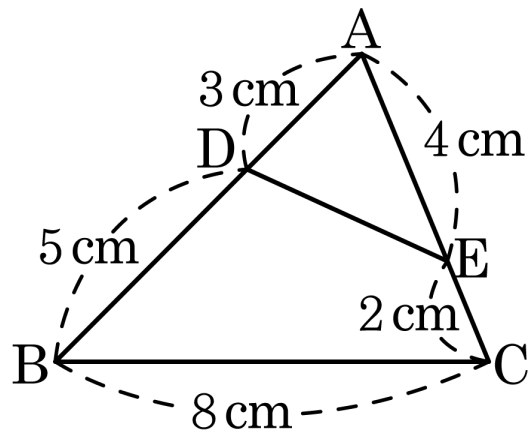
해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(SAS닮음)

$15 : 6 = 12 : x$

$x = \frac{24}{5}$(cm)

25. 다음 그림에서 $\angle ADE = \angle ACB$ 일 때, $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 의 닮음비를 구하면?

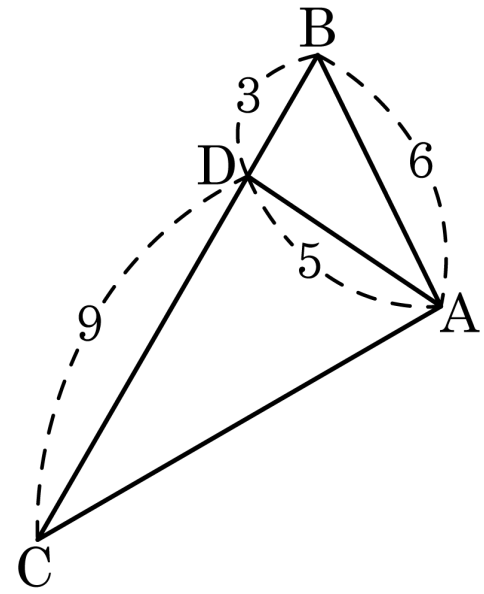


① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4 ④ 4 : 5 ⑤ 5 : 8

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 에서 $\angle A$ 가 공통이고,
$\angle ADE = \angle ACB$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)
$\overline{AD}$ 의 대응변이 $\overline{AC}$ 이므로 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 11 ② 10 ③ 9

④ 8 ⑤ 7

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle ABD = \angle CBA$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 1 : 2$

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)

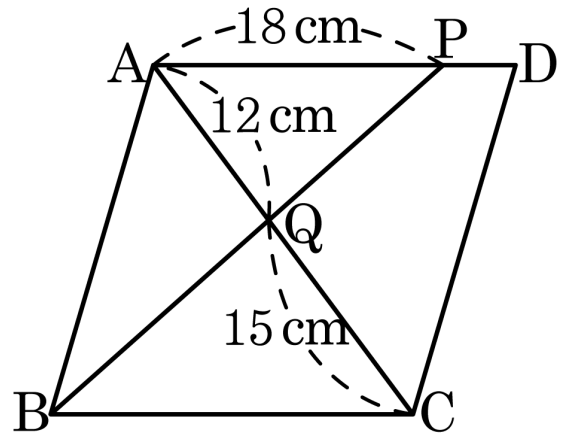
$\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$5 : \overline{CA} = 3 : 6$

$3\overline{CA} = 30$

$\therefore \ \overline{CA} = 10$

27. 다음 평행사변형에서 대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BP}$ 의 교점을 Q 라고 할 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 4.5 cm

해설

$\triangle QAP \backsim \triangle QCB$ (AA 닮음)

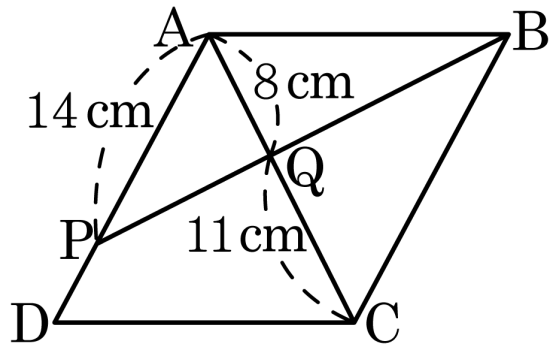
$\overline{QA} : \overline{QC} = \overline{AP} : \overline{CB}$

$12 : 15 = 18 : \overline{CB}$

$\overline{CB} = \dfrac{15 \times 18}{12} = 22.5(\text{ cm})$

$\therefore \overline{PD} = \overline{AD} - \overline{AP} = \overline{BC} - \overline{AP} = 22.5 - 18 = 4.5(\text{ cm})$

28. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 점 Q 는 대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BP}$ 의 교점이다. 이 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① 5 cm
② 5.25 cm
③ 6 cm
④ 6.25 cm
⑤ 7 cm

해설

$\triangle QAP \backsim \triangle QCB$ (AA 닮음)

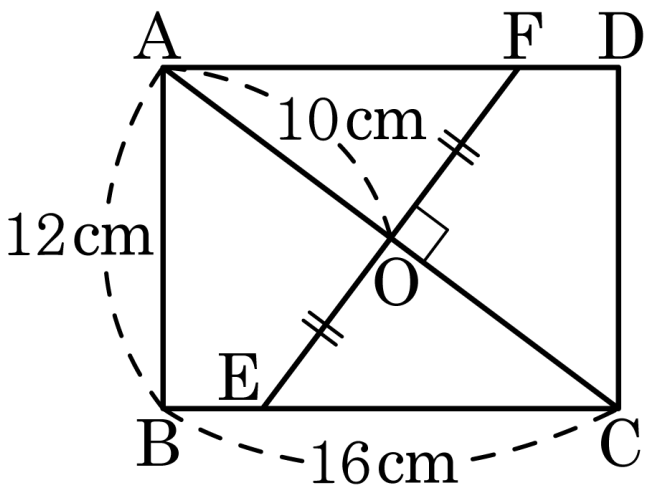
$\overline{QA} : \overline{QC} = \overline{AP} : \overline{CB}$

$8 : 11 = 14 : \overline{CB}$

$\overline{CB} = \dfrac{11 \times 14}{8} = (19.25)\,\text{cm}$

$\therefore \overline{PD} = \overline{AD} - \overline{AP} = \overline{BC} - \overline{AP} = 19.25 - 14 = 5.25(\,\text{cm})$

29. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\,(\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\,(\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

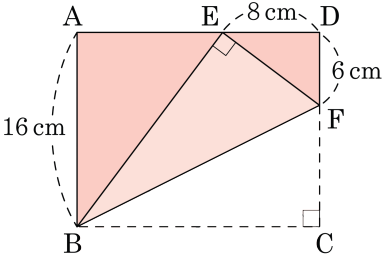
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \frac{15}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = 15\,(\text{cm})$

30. 직사각형 ABCD를 $\overline{BF}$를 접는 선으로 하여 점 C가 $\overline{AD}$위의 점 E에 오도록 접은 것이다. $\overline{AB} = 16\,\text{cm}$, $\overline{ED} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle BCF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $100\,\underline{\text{cm}^2}$

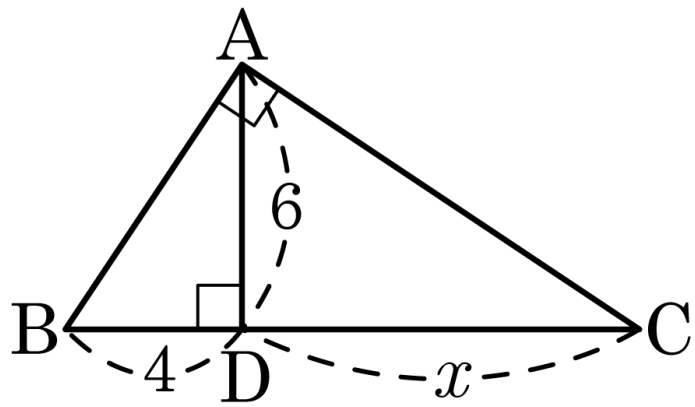
해설

$\angle AEB + \angle DEF = 90°$이고
$\triangle ABE$와 $\triangle DEF$에서
$\angle ABE + \angle AEB = \angle DEF + \angle DFE = 90°$이므로
$\angle ABE = \angle DEF$, $\angle AEB = \angle DFE$
따라서 $\triangle ABE \backsim \triangle DEF$(*AA* 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{ED} : \overline{DF} = 8 : 6 = 4 : 3$
$16 : \overline{AE} = 4 : 3$
$\overline{AE} = 12$
$\square ABCD$는 직사각형이므로
$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 12 + 8 = 20(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle BCF = \frac{1}{2} \times 20 \times (16 - 6) = 100(\text{cm}^2)$

31. 다음 그림에서 선분 CD의 길이는?



① 5 ② 7 ③ 9 ④ 9.5 ⑤ 10

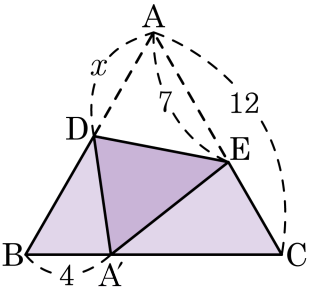
해설

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$ 이므로

$6^2 = 4 \times x$

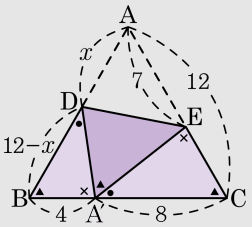
$\therefore\ x = 9$

32. 다음 그림과 같이 정삼각형 모양의 종이 $\triangle ABC$ 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 의 점 A′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{21}{25}$ ③ $\frac{26}{5}$ ④ $\frac{28}{5}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

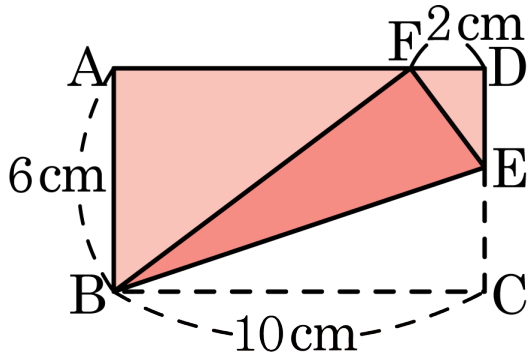
해설



$\triangle DBA' \backsim \triangle A'CE$ (AA 닮음)

따라서 $(12-x) : 8 = 4 : 5$ 이므로 $x = \frac{28}{5}$ 이다.

33. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 F 에 오도록 접은 것이다. $\overline{EF}$ 의 길이는?



① $\frac{5}{3}$ cm ② $\frac{7}{3}$ cm ③ $\frac{10}{3}$ cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\triangle ABF \backsim \triangle DFE$(AA닮음) 이므로 $6 : 2 = 10 : \overline{EF}$ $6\overline{EF} = 20$

$\therefore \overline{EF} = \frac{10}{3}(\text{cm})$