

1. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x, 3y, 3z$ 의 분산은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편, $3x, 3y, 3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

$$\frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3}$$

$$= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3}$$

$$= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3}$$

$$= 18$$

2. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$$\therefore a+b+c = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 6$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 6b + 9 + c^2 - 6c + 9 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6(a+b+c) + 27 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6 \times 9 + 27 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 33$$

따라서 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + 5 + 7}{5} = \frac{33 + 12}{5} = 9 \text{ 이다.}$$

3. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90, \quad \frac{356 + x}{5} = 90, \quad 356 + x = 450 \quad \therefore x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

4. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5} + \frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{C}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$

5. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 9}{5} = 5, \quad a + b + 17 = 25$$

$$\therefore a + b = 8 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 6 이므로

$$\frac{(5 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (a - 5)^2}{5} +$$

$$\frac{(b - 5)^2 + (9 - 5)^2}{5} = 6$$

$$\frac{0 + 4 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25 + 16}{5} = 6$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 8 - 40 = 40$$

6. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2,1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2,1 $=\sqrt{4,41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1,1}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

7. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 높은 선수는?

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 높은 학생은 표준편차가 가장 작은 A이다.