1. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x, 3y, 3z$ 의 분산은?

① 14　② 16　③ 18　④ 20　⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=6$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=54$$

한편, $3x, 3y, 3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times12}{3}=12$$

따라서 분산은

$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times3}{3}$$

$$=\frac{9\times54-72\times12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$$=18$$

2. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=3$$

$\therefore\ a+b+c=9 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=2$$

$$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=6$$

$$a^2-6a+9+b^2-6b+9+c^2-6c+9=6$$

$$a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-6\times 9+27=6$$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=33$

따라서 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+5+7}{5}=\dfrac{33+12}{5}=9$ 이다.

3. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90+84+88+94+x}{5} = 90, \quad \frac{356+x}{5} = 90, \quad 356+x = 450 \quad \therefore\ x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균90 점이 될 수 있다.

4. 다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots$ ㉠

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$ ㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

5. 다섯 개의 수 $5,\ 3,\ a,\ b,\ 9$ 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 $5,\ 3,\ a,\ b,\ 9$ 의 평균이 5 이므로

$$\frac{5+3+a+b+9}{5}=5,\ a+b+17=25$$

$\therefore\ a+b=8\cdots$ ㉠

또, 분산이 6 이므로

$$\frac{(5-5)^2+(3-5)^2+(a-5)^2}{5}+$$

$$\frac{(b-5)^2+(9-5)^2}{5}=6$$

$$\frac{0+4+a^2-10a+25+b^2-10b+25+16}{5}=6$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+70}{5}=6$$

$a^2+b^2-10(a+b)+70=30$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times 8-40=40$

6. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

7. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A 이다.