

1. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$$\therefore a+b+c = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 6$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 6b + 9 + c^2 - 6c + 9 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6(a+b+c) + 27 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6 \times 9 + 27 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 33$$

따라서 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + 5 + 7}{5} = \frac{33 + 12}{5} = 9 \text{ 이다.}$$

2. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$