

1. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x - 6$

② $y = 3x - 2$

③ $y = 3x - 1$

④ $y = 3x + 6$

⑤ $y = 3x + 2$

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-1}{3-2} = 3$ 이므

로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고, x 절편이 2 인 직선이므로,
 $y = 3(x - 2)$

$$\therefore y = 3x - 6$$

2. 다음 도형이 나타내는 방정식을 찾으려면?

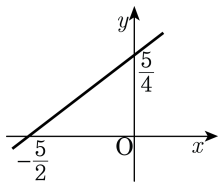
① $2x - 4y + 5 = 0$

② $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$

③ $2x + 4x + 5 = 0$

④ $\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$

⑤ $4x - 2y - 5 = 0$



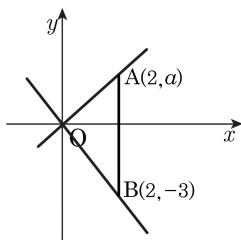
해설

$$\text{기울기} = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{\frac{5}{4} - 0}{0 - \left(-\frac{5}{2}\right)} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$

$$\therefore 2x - 4y + 5 = 0$$

3. 다음 그림과 같이 원점과 점 $A(2, a)$ 를 지나는 직선의 기울기를 m_1 , 원점과 점 $B(2, -3)$ 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자. $m_1 \times m_2 = -1$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{3}$

② $\frac{3}{2}$
⑤ $\frac{5}{2}$

③ $\frac{4}{3}$

해설

$$m_1 = \frac{a}{2}, m_2 = -\frac{3}{2}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{a}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

4. 직선 $x + ay + 1 = 0$ 이 $x - y + 1 = 0$ 과는 수직이고, $x + (2 - b)y - 1 = 0$ 과는 평행일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + ay + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - y + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x + (2 - b)y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} \perp \textcircled{㉡} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$\textcircled{㉠} // \textcircled{㉢} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2 - b} \neq \frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow a = 2 - b$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - b$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. 점 $(4, 5)$ 와 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\text{거리 } d &= \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{10}{5} = 2\end{aligned}$$

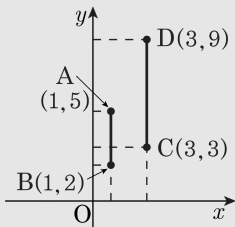
6. $f(x) = ax + b$ 이고 $2 \leq f(1) \leq 5$, $3 \leq f(3) \leq 9$ 라고 할 때, a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 $f(x) = ax + b$ 가 선분 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 동시에 지나야 하고

a 는 $y = f(x)$ 의 기울기이므로



a 의 최댓값은 $\overline{BD}$ 의 기울기이고

a 의 최솟값은 $\overline{AC}$ 의 기울기이다.

$$\overline{BD} \text{의 기울기} = \frac{9-2}{3-1} = \frac{7}{2}$$

$$\overline{AC} \text{의 기울기} = \frac{3-5}{3-1} = -1$$

$$\therefore \text{최댓값} + \text{최솟값} = \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2}$$

(다른 풀이) $f(1) = a + b$, $f(3) = 3a + b$ 이므로

$$\therefore -1 \leq a \leq \frac{7}{2}$$

7. 세 점 A (2, 1), B (-k+1, 3), C (1, k+2)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2,1) , B(-k + 1,3) , C(1,k + 2) 가 같은 직선 위에 있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

8. $ab < 0$, $ac > 0$ 일 때, 직선 $ax+by+c=0$ 이 지나지 않는 사분면은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0$, $ac > 0$ 이므로 $b \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 직선의 방정식을 b 로 나누어 정리하면

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$$

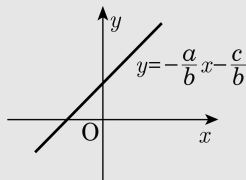
한편, $ab < 0$, $ac > 0$ 이므로

$$ab \cdot ac = a^2bc < 0$$

따라서 $bc < 0$

$$(y \text{ 절편}) = -\frac{c}{b} > 0$$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.



9. 좌표평면 위에 세 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$ 에 의하여 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분될 때, m 의 값은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x + 2) + 1$ 은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 점 A 를 지난다.

따라서 주어진 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$ 의 중점 $M(5, 5)$ 를 지나야 한다.

$$\therefore 5 = m(5 + 2) + 1$$

$$\therefore m = \frac{4}{7}$$

10. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

11. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

13. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

14. 두 점 $(4, -2)$, $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2)$, $(2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8 이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

15. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

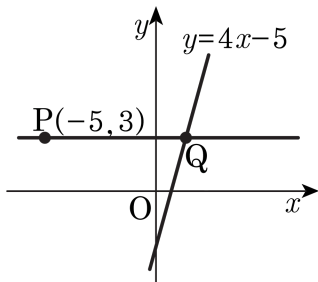
▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$$\therefore \text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.

점 Q의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3) 이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

17. A (1, 1), B (-2, -3), C ($k, k + 1$) 이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \therefore k = 4$$

18. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을

$$px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠},$$

$$p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡} \text{이라 하자.}$$

㉠과 ㉡은 서로 직교하므로

$$pp' + qq' = 0 \text{이다.}$$

$$(\text{준식}) = (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0 \text{의}$$

전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은

$$pp' + qq' \text{이므로 } a + 2 = pp' + qq' = 0$$

$$\therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면

(준식)

$$= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로

$$\begin{aligned} \textcircled{㉢} \text{의 판별식 } D_1 &= (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b) \\ &= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣} \text{이 완전제곱식이다.} \end{aligned}$$

따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.

$$\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$$

19. 세 직선 $x + y + 2 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x - ky - 9 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \leq k \leq 3$, $k < -6$

② $k = 2$, $k = \pm 3$

③ $-3 < k < 3$, $k > 6$

④ $k \neq 2$, $k \neq \pm 3$

⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y - 4 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \\ 3x - ky - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

①, ② 의 교점은 (1, 3) 이 ③위에 있지 않다.

$$\therefore 3 + 3k - 9 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$$

①, ③ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -3$$

②, ③ 은 평행하지 않으므로,

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 3$$

$$\therefore k \neq 2, k \neq \pm 3$$

20. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1, 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

21. 두 직선 $ax + by + 1 = 0$ 과 $a'x + b'y + 2 = 0$ 의 교점을 지나는 직선이 원점을 통과하고 기울기가 -1 일 때, $\frac{a' - b'}{a - b}$ 의 값을 구하면?(단, $a \neq b$, $2b \neq b'$ 이다.)

① 2

② $\sqrt{3}$

③ 3

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 5

해설

$$ax + by + 1 + k(a'x + b'y + 2) = 0 \text{ 이 }$$

원점을 지나므로 $1 + 2k = 0$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } ax + by + 1 - \frac{1}{2}(a'x + b'y + 2) = 0$$

$$\rightarrow (2a - a')x + (2b - b')y = 0$$

$$y = -\frac{2a - a'}{2b - b'}x$$

$$\therefore -\frac{2a - a'}{2b - b'} = -1$$

$$\text{따라서 } 2a - a' = 2b - b' \rightarrow 2(a - b) = a' - b'$$

$$\therefore \frac{a' - b'}{a - b} = 2$$

22. 두 직선 $y = x$, $y = 0$ 과 정점 $A(3, 1)$ 을 지나는 직선으로 둘러싸인 삼각형 면적의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

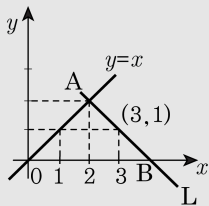
점 A 를 지나는 직선이 $y = x$ 와 수직일 때 $\triangle OAB$ 의 면적은 최소이므로

$(2, 2)$ 인 점에서 교차한다.

따라서 직선 L 은 $(2, 2)$ 와 $(3, 1)$ 을 지나는 직선이다.

$$\therefore L = y - x + 4$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



23. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1 - y) = 0$$

k 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x = -2, y = 1$$

$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2, 1)$

$$\therefore a = -2, b = +1$$

$$\therefore a + b = -1$$

24. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?

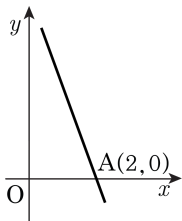
① 2

② 3

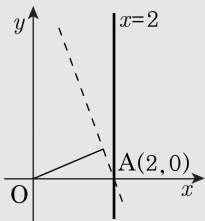
③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}$

⑤ 4



해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여 원점 O 와 l 사이의 거리가 최대가 되며 이 때 그 거리는 2 이다

25. 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(-2, 6)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 넓이는?

① 9

② 10

③ 12

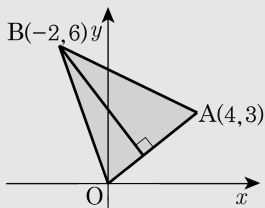
④ 15

⑤ 18

해설

$\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이고 직선 OA 의

방정식은 $y = \frac{3}{4}x$



즉 $3x - 4y = 0$ 이므로 점 $B(-2, 6)$ 과 직선 OA 사이의 거리는

$$\frac{|3 \times (-2) - 4 \times 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 $\triangle OAB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$