

1. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

2. 복소수 z 를 원소로 하는 집합 $M = \{z \mid z = (x+y) + (x-y)i, x, y \text{는 양의 실수}\}$ 일 때, 다음 중 M 의 원소인 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-3 - 2i$

② $-1 + 2i$

③ $2 + 3i$

④ $3 + 4i$

⑤ $5 + 2i$

해설

복소수 $z = (x+y) + (x-y)i$ 에서 $x > 0, y > 0$ 인 실수이므로
 $x+y > 0$ 이고 $x+y > x-y$
따라서 (실수 부분) > 0 , (실수 부분) $>$ (허수 부분) 이다.
이를 만족시키는 복소수는 ⑤ $5 + 2i$ 이다.

3. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

4. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$$

최댓값 $m = 1$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x+3)^2$$

최솟값 $n = 0$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

5. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} x+3 < 4 \\ 5x-8 < 17 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x < 1$

② $x > 5$

③ $1 < x \leq 5$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ 해가 없다.

해설

$$x+3 < 4, x < 1$$

$$5x-8 < 17, x < 5$$

따라서 구하는 해는 $x < 1$

7. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$|x - 2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$$

x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수

-3, -2, -1, 0, 1, 2

8. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{3}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{3}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8} = 3\end{aligned}$$

9. 두 그래프 $kx + y = -3$ 과 $2x + (k-1)y = 6$ 이 만나지 않을 때, 상수 k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

두 그래프가 만나지 않으므로,

$$\text{연립방정식} \begin{cases} kx + y = -3 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x + (k-1)y = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 해는 없다.}$$

즉, 위의 방정식을 x 에 대하여 정리하면

$$\textcircled{㉠} \times (k-1) - \textcircled{㉡} \text{에서 } (k^2 - k - 2)x = -3(k+1)$$

$$\therefore (k-2)(k+1)x = -3(k+1)$$

여기서, $k=2$ 이면 $0 \cdot x = -9$ 이므로

연립방정식의 해가 없다.

따라서 구하는 k 의 값은 $k=2$

(다른 풀이) 두 직선이 평행하기 위한 조건은

$$\frac{2}{k} = \frac{k-1}{1} = \frac{6}{-3}$$

$$\therefore k=2$$

10. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$

② $x^2 + x + 1$

③ $3x^2 + 1$

④ $x^2 + x - 1$

⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

11. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned}a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\&= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\&= (a - b)(a + b)(a + c)\end{aligned}$$

12. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

14. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

① $2, -1, -3$

② $-2, 1, -3$

③ $2, 1, -3$

④ $-2, -1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $2, -1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+2x+3)=0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

15. 부등식 $4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 는 $4x-1 \leq 3x+1$, $3x+1 < 2x+5$ 두 식으로 나뉜다.

각각을 정리하면 $x \leq 2$, $x < 4$ 이다.

$\therefore x \leq 2$

따라서 범위 안의 가장 큰 정수는 2 이다.

16. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$

② $a > 9$

③ $6 < a \leq 9$

④ $6 \leq a < 9$

⑤ $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19) > 0$ 이므로
이 부등식의 $D < 0$ 이다.

$$D = (a - 5)^2 - 2(3a - 19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

17. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9개이다.

18. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \dots\dots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

19. $\frac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2005 \end{aligned}$$

20. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 곱은?

$$2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

② -1

③ $-\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

21. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 아래 표에서 옳은 것의 개수는?

㉠ $\alpha + \beta = 3$

㉡ $\alpha^2 + \beta^2 = 6$

㉢ $\alpha\beta = -3$

㉣ $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = 2$

㉤ $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{2}$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

㉠ $\alpha + \beta = 3$ (○)

㉡ $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$ (○)

㉢ $\alpha\beta = \frac{3}{2} \neq -3$ (×)

㉣ $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\beta\alpha}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 9 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 3 \quad |\alpha - \beta| = \sqrt{3}$$

$\therefore \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \neq 2$ (×)

㉤ $\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = \frac{3}{2} - 3 + 1 = -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$ (×)

22. 이차함수 $y = x^2 + 6ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + 2a$ 보다 항상 위쪽에 있을 때, a 의 범위는?

① $0 < a < \frac{4}{9}$

② $\frac{1}{3} < a < 1$

③ $0 \leq a < 1$

④ $a < 0$ 또는 $a > \frac{4}{9}$

⑤ $a < \frac{1}{3}$ 또는 $a < 1$

해설

이차함수 $y = x^2 + 6ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + 2a$ 보다 항상 위쪽에 있으려면

$y = x^2 + 6ax + 1 - (2x + 2a)$ 의 판별식 $D/4 < 0$ 야 하므로

$$(3a - 1)^2 - 1 + 2a < 0$$

$$9a^2 - 4a < 0$$

$$a(9a - 4) < 0$$

$$0 < a < \frac{4}{9}$$

23. x 의 값의 범위가 $2 \leq x \leq 4$ 인 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x-1)^2 + 3$ 이므로

$2 \leq x \leq 4$ 에서 $x = 2$ 일 때 최댓값1,

$x = 4$ 일 때 최솟값 -15 를 가진다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $1 + (-15) = -14$

24. 지상 40m 높이에서 $v\text{m/s}$ 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 $h\text{m}$ 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

25. 2년 전의 A 와 B 의 임금은 서로 같았으나 그 해 A 의 임금은 8% 인상되었고, 작년에는 다시 47% 인상되었다. 반면 B 의 임금은 2년 전과 작년의 임금 인상률이 모두 $a\%$ 로 일정했다. 두 사람의 올해 임금이 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

2년 전 두 사람의 임금을 k 원이라면
올해 A 와 B 의 임금은 각각

$$A : k(1 + 0.08)(1 + 0.47)$$

$$B : k \left(1 + \frac{a}{100}\right)^2$$

따라서

$$(100 + a)^2 = 108 \times 147 = 3 \times 3 \times 6 \times 6 \times 7 \times 7$$

$$\therefore 100 + a = 126$$

$$\therefore a = 26$$