1. $A = \left\{y \mid y = 2x - 1,\ x^2 + 2x - 3 = 0\right\}$ 의 원소들의 합을 구하면?

① -10　　② -6　　③ -1　　④ 5　　⑤ 9

해설

$A = \{y \mid y = 2x - 1,\ x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 에서
$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이면
$x = -3$ 또는 $x = 1$
A는 y의 집합이므로
$x = -3$일 때, $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$
$x = 1$일 때, $y = 2 \times 1 - 1 = 1$
$\therefore\ -7,\ 1$ 이므로 원소들의 합은 -6

2. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$이므로
$n(A) = 5$

3. 집합 $A = \{0, 1, \varnothing, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

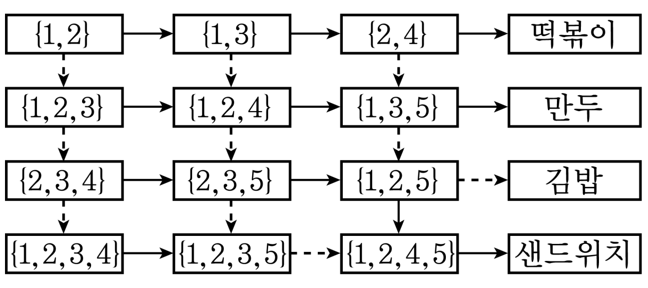
① $0 \subset A$ ② $\varnothing \in A$ ③ $\varnothing \subset A$
④ $\{0, 1\} \in A$ ⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 A 의 원소이므로 기호 $\in$를 사용해야 한다.

4. 정훈이는 친구들과 함께 간식을 먹기 위해 다음과 같은 규칙으로 게임을 하였다. 정훈이가 먹을 수 있는 간식을 구하여라.

[규칙 1] $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는다.
[규칙 2] $\boxed{}$ 안에 집합이 [규칙1]을 만족하면 점선을 따라서, 만족하지 않으면 실선을 따라간다.
[규칙 3] $\{1,\ 2\}$ 에서 시작한다.

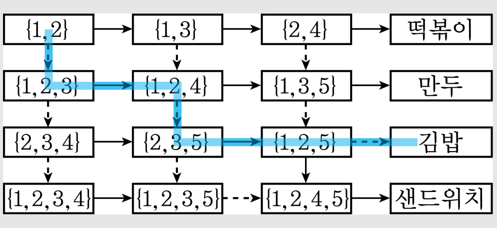


▶ 답 :

▷ 정답 : 김밥

해설

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합을
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$ 이다.
규칙에 맞게 따라가면 다음과 같다.



5. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\cdots,n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2^n = 16 \ \therefore n = 4$

6. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

7. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $1 < x \le 3$ 은 $x > -2$ 이기 위한 (가)조건이다.
- $2x = 4$ 는 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이기 위한 (나)조건이다.

① 필요, 필요　　② 필요, 충분
③ 충분, 충분　　④ 충분, 필요
⑤ 충분, 필요충분

해설

$P = \{x \mid 1 < x \le 3\}$,
$Q = \{x \mid x > -2\}$ 라고 하면
$P \subset Q$,　$\therefore$ 충분조건
$R = \{x \mid 2x = 4\} = \{2\}$,
$S = \left\{x \mid x^2 - 4x + 4 = 0\right\} = \{2\}$ 라고 하면
$R = S$,　$\therefore$ 필요충분조건

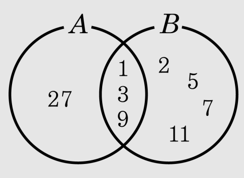
8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 27의 약수$\}$, $A \cap B = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 27\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
$A = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이다.
따라서 집합 B의 모든 원소의 합은
$1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 38$ 이다.

9. 두 집합 $A = \{2,\ 8,\ a\}$,$B = \{4,\ a+4,\ b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{-2,\ 2\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = -3$

해설

$A \cap B = \{-2,\ 2\}$ 이므로
$A = \{2,\ 8,\ a\}$ 에서 $a = -2$
$B = \{4,\ 2,\ b+1\}$ 에서 $b+1 = -2$, $b = -3$
$\therefore a = -2,\ b = -3$

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $B \subset A$
② $(A \cup B) \subset A$
③ $A \subset B$
④ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$
⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.
② $(A \cup B) \subset A$, $A \subset (A \cup B)$ 둘 다 성립한다.
③ $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
④ $A \cap B = B$, $A \cup B = A$ 이므로
$(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

11. 두 집합 $A,\ B$는 다음과 같고, 집합 X의 원소가 집합 A의 원소에는 속하지만 집합 B의 원소에는 속하지 않을 때 집합 X의 원소들의 합은?

보기

$A=\{x\mid x\text{는 10 이하의 소수}\},\ B=\{x\mid x\text{는 10의 약수}\}$

① 0　② 2　③ 5　④ 10　⑤ 12

해설

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\},\ B=\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$,

$\{x\mid x\in A\text{ 그리고 }x\notin B\}=A-B$이므로

$A-B=\{3,\ 7\}$

$\therefore 3+7=10$

12. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup A^c = U$　② $A \cap U = U$　③ $\phi^c = U$
④ $A \cap A^c = \phi$　⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$A \cap U = A$

13. 두 집합 $A=\{1,a,a+2\}$, $B=\{3,a-2,2\times a\}$ 에 대하여 $A-B=\{5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$a-b=\{5\}$ 이므로 $5\in A$ 이다.
(1) $a=5$ 일 때, $A=\{1,5,7\}$, $B=\{3,10\}$ 이므로 $A-B=\{1,5,7\}\neq\{5\}$ 이다.
(2) $a+2=5$, 즉 $a=3$ 일 때, $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,3,6\}$ 이므로 $A-B=\{5\}$ 이다.
(1),(2) 에서 $a=3$ 이다.

14. $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{3, 5, 8, 9, 10\}$ 일 때, $\{(B - A) \cup B\} \cap A^c$ 은?

① $\{8\}$ ② $\{9\}$ ③ $\{8, 9\}$

④ $\{9, 10\}$ ⑤ $\{8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, B - A = \{8, 9, 10\}$ 이므로 $\{(B - A) \cup B\} \cap A^c = \{\{8, 9, 10\} \cup B\} - A = \{3, 5, 8, 9, 10\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{8, 9, 10\}$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여
$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}$, $(A - B)^c = \{b, c, d\}$
$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

16. 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap (A \cup B) = A$

② $(A - B)^c = A^c \cup B$

③ $A \cap (A \cup B)^c = \varnothing$

④ $A \cap (A^c \cup B) = A \cup B$

⑤ $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$

해설

④ $A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = \varnothing \cup (A \cap B) = A \cap B$

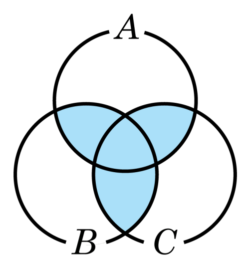
17. 자연수 k 의 양의 배수의 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18})$ 과 같은 집합은?

① A_3 ② A_6 ③ A_9 ④ A_{12} ⑤ A_{18}

해설

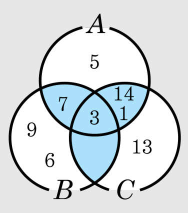
$A_6 = \{6,\ 12,\ 18,\ 24\cdots\}$, $A_9 = \{9,\ 18,\ 27,\ 39\cdots\}$, $A_{12} = \{12,\ 24,\ 36,\ 48\cdots\}$, $A_{18} = \{18,\ 36,\ 54\cdots\}$ 이므로 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18}) = A_6 \cap A_9 = A_{18}$

18. 다음 그림에서 세 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 14\}$, $B = \{3, 6, 7, 9\}$, $C = \{1, 3, 13, 14\}$ 일 때, 색칠한 부분의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?



① $\{1\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{1, 3, 5, 7\}$
④ $\{1, 3, 7, 14\}$ ⑤ $\{1, 3, 9, 14\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 3, 7, 14\}$ 이다.

19. 두 조건 $p : |x-2| \le h$, $q : |x+1| \le 7$에 대하여 'p이면 q이다.'가 참이 되도록 하는 h의 최댓값을 구하여라. (단, $h \ge 0$)

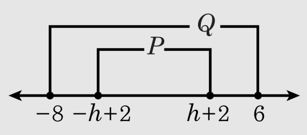
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

p : $2-h \le x \le 2+h$

q : $-8 \le x \le 6$



$-h+2 \ge -8 \leftrightarrow h \le 10$, $h+2 \le 6 \leftrightarrow h \le 4$

$\therefore h \le 4$

$\therefore n$의 최댓값은 4

20. 세 집합 $A,\ B,\ C$ 에 대하여 옳지 않은 것은?

① $A=B,\ B=C$ 이면 $A=C$ 이다.

② $A\supset B,\ B=C$ 이면 $A\supset C$ 이다.

③ $A\subset B,\ B\subset C$ 이면 $A\subset C$ 이다.

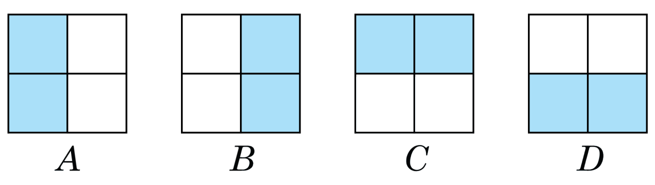
④ $A\supset B,\ B\supset C,\ C\supset A$ 이면 $A=C$ 이다.

⑤ $n(A)<n(B)<n(C)$ 이면 $A\subset B\subset C$ 이다.

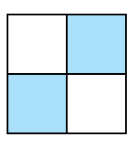
해설

⑤ 예를 들어 $A=\{1,2\}$, $B=\{3,4,5\}$, $C=\{6,7,8,9\}$ 이면 $n(A)<n(B)<n(C)$ 이지만 $A\subset B\subset C$는 아니다.

21. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A-B)\cup(B-A)$　② $(A\cup B)-(B\cap C)$

③ $(B-C)\cup(C-B)$　④ $(A\cup C)-(A\cap C)$

⑤ $(B-C)\cup(C-B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$ 이다.

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$

$\quad = (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)$ 이므로

$(A \star B) \star A$

$= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c]$

$\quad \cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}]$

$= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A]$

$\quad \cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}]$

$= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}]$

$\quad \cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)]$

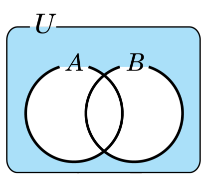
$= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)]$

$= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\}$

$= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\}$

$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B$

23. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A)=22$, $n(B)=27$, $n(A \cap B)=15$ 이다. 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분의 원소의 개수가 10개일 때, $n(U)$는?



① 40　② 41　③ 42　④ 43　⑤ 44

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.
색칠된 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.
$n(A \cup B) = 22 + 27 - 15 = 34$ 이므로 $n(U) = 34 + 10 = 44$ 이다.

24. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

> A : 범인은 B이다.
> B : 범인은 D이다.
> C : 나는 범인이 아니다.
> D : B 는 거짓말을 하고 있다.

① A, D ② B, C ③ C, B ④ D, C ⑤ B, A

해설

B가 옳은 진술이라면 범인은 D가 되고 C도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B는 거짓이 되고, D가 옳은 진술이 된다. D를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C다.

25. 다음은 명제 '$3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는 (가)'에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

> … (생략) …
> m, n이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$이므로, $n^2 + 1$은 3의 배수이다.
> 한편, 정수 n이 어떤 정수 k 에 대하여
> $n = 3k$이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$
> $n = 3k+1$이면 $n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2+6k+1 = 3(3k^2+2k)+1$
> $n = 3k+2$ 이면 $n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2+12k+4 = 3(3k^2+4k+1)+1$이므로 n^2을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
> 따라서 n^2+1을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.
> … (생략) …

다음 중 위의 (가)에 가장 알맞은 것은?

① m, n 중 적어도 하나는 정수이다.

② m, n 중 어느 것도 정수가 아니다.

③ m, n이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.

④ m, n이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.

⑤ m, n이 모두 정수인 해는 없다.

해설

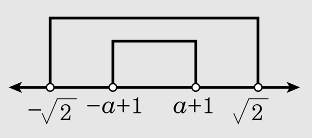
귀류법을 쓰면 m, n이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로, $n^2 + 1$은 3 의 배수이다. ⋯ ㉠
한편, 정수 n이 어떤 정수 k에 대하여,
$n = 3k$이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$
$n = 3k+1$이면 $n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2+6k+1 = 3(3k^2+2k)+1$
$n = 3k+2$ 이면 $n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2+12k+4 = 3(3k^2+4k+1)+1$ 이므로, n^2을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
따라서, n^2+1을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다. ⋯ ㉡
그러므로 ㉠, ㉡에 의하여 모순이다.
따라서, $3m^2 - n^2 = 1$을 만족하는 m, n이 모두 정수인 해는 없다.

26. 두 조건 $p : |x^2-1| < 1$, $q : |x-1| < a$ 에 대하여 p 가 q 의 필요조건이 되도록 하는 a 의 최댓값은?

① $2-\sqrt{2}$　　② $\sqrt{2}-1$　　③ $\sqrt{2}+1$
④ $\sqrt{2}+2$　　⑤ $\sqrt{3}-1$

해설

$p : |x^2-1| < 1$를 만족하는 해를 구하면
$-1 < x^2-1 < 1 \leftrightarrow 0 < x^2 < 2 \leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$
$\therefore P = \{x| -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}\}$
$q : |x-1| < a$를 만족하는 해를 구하면
$-a < x-1 < a \leftrightarrow -a+1 < x < a+1$
$\therefore\ Q = \{x| -a+1 \le x \le a+1\}$
p 가 q 의 필요조건이 되려면 $q \Rightarrow p$
즉 $Q \subset P$가 되어야 한다. 수직선을 그려보면



$-a+1 \ge -\sqrt{2}$이고, $a+1 \le \sqrt{2}$, 이를 각각 풀면
$a \le \sqrt{2}+1$이고 $a \le \sqrt{2}-1$ 이고 동시에 만족하는 a의 범위는$a \le \sqrt{2}-1$
$\therefore\ a$의 최댓값은 $\sqrt{2}-1$

27. 두 조건 p_n, $q_n(n=1,\ 2)$에 대하여 $P_n = \{x|x$는 p_n을 만족한다.$\}$, $Q_n = \{x|x$는 q_n을 만족한다.$\}$ 이고, p_1 은 p_2이기 위한 필요조건, q_n 은 p_n이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $P_1 \cap P_2 = P_2$ ② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1$ ④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1$

해설

p_1 은 P_2이기 위한 필요조건이므로 $P_1 \supset P_2$, q_n 은 p_n이기 위한 충분조건이므로 $P_1 \supset Q_1,\ P_2 \supset Q_2$

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1 \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_1 \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1 \cup Q_2 \neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

28. a, b, c, d, x, y, z가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

㉠ $a^2+b^2 \geq ab$

㉡ $a^2+b^2+1 < 2(a+b-1)$

㉢ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \leq (ax+by+cz)^2$

㉣ $|a+b| \leq |a|+|b|$

㉤ $|a|-|b| \geq |a-b|$

㉥ $|a+b| \geq |a|-|b|$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

부등식의 증명 : 좌변에서 우변을 뺀 값의 부호 결정한다.

㉠ $a^2+b^2-ab = a^2-ab+\frac{1}{4}b^2+\frac{3}{4}b^2$

$= (a-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}b^2 \geq 0$

$\therefore\ a^2+b^2 \geq ab$: 맞음

㉡ $a^2+b^2+1-2(a+b-1)$

$= a^2-2a+b^2-2b+3$

$= (a-1)^2+(b-1)^2+1 > 0$

$\therefore\ a^2+b^2+1 > 2(a+b-1)$: 틀림

㉢ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+by+cz)^2$

$= a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2$

$+b^2y^2+b^2z^2+c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2-(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2+$

$2abxy+2bcyz+2cazx)$

$= (ay-bx)^2+(az-cx)^2+(bz-cy)^2 \geq 0$

$\therefore\ (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$: 틀림

㉣ 제곱의 차를 구해본다. (우변에서 좌변을 뺀 값)

$(|a|+|b|)^2-|a+b|^2$

$= a^2 2|ab|+b^2-(a^2+2ab+b^2)$

$= 2|ab|-2ab \geq 0(\because\ |ab| \geq ab)$

$\therefore\ |a|+|b| \geq |a+b|$: 맞음

㉤ 제곱의 차 비교

$(|a|-|b|)^2-|a-b|^2$

$= a^2-2|ab|+b^2-(a^2-2ab+b^2)$

$= -2|ab|+2ab \leq 0(\because |ab| \geq ab)$

$\therefore\ |a|-|b| \leq |a-b|$: 틀림

㉥ $|a+b|^2-(|a|-|b|)^2$

$= a^2+2ab+b^2-(a^2-2|ab|+b^2)$

$= 2ab+2|ab| \geq 0$

$\therefore\ |a+b| \geq |a|-|b|$: 맞음

29. 집합 S가 다음 조건을 만족할 때 집합 S 의 원소를 모두 곱한 값은 ?

㉠ $1 \notin S$	㉡ $a \in s$ 이면 $\dfrac{1}{1-a} \in S$
㉢ $4 \in S$	

① 1　② -1　③ $\dfrac{16}{9}$　④ $-\dfrac{16}{9}$　⑤ $-\dfrac{3}{2}$

해설

$4 \in S$ 이므로 $\dfrac{1}{1-4} \in S$

$\therefore\ -\dfrac{1}{3} \in S$

$-\dfrac{1}{3} \in S$ 이므로 $\dfrac{1}{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)} \in S$

$\therefore\ \dfrac{3}{4} \in S$

$\dfrac{3}{4} \in S$ 이므로 $\dfrac{1}{1-\dfrac{3}{4}} \in S$

$\therefore\ 4 \in S$

$\therefore\ S = \left\{4,\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{3}{4}\right\}$

S 의 모든 원소의 곱은

$4 \times \left(-\dfrac{1}{3}\right) \times \dfrac{3}{4} = -1$

30. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}$, $B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a+2=5$ 이다. $\therefore\ a=3$
$A = \{3, 6, 5, 10\}$, $B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서
원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b=10$ 이다.
따라서 $a+b=3+10=13$ 이다.

31. x 의 다항식 $f(x),\ g(x)$에 대해 $A=\{x \mid f(x)-g(x)=0\}$, $B=\{x \mid f(x)=0,\ g(x)=0\}$, $C=\{x \mid \{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2=0\}$일 때, 다음 중 세 집합 $A,\ B,\ C$ 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

① $A \subset B \subset C$　　② $A \subset C \subset B$　　③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$　　⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A=\{x \mid f(x)-g(x)=0\}=\{x \mid f(x)=g(x)\}$

$B=\{x \mid f(x)=0,\ g(x)=0\}$

$\quad =\{x \mid f(x)=g(x)=0\}$

$\therefore\ B \subset A \quad \cdots$ ㉠

$C=\{x \mid \{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2=0\}$

$\quad =\{x \mid f(x)=g(x)$ 또는 $f(x)=-g(x)\}$

$\therefore\ A \subset C \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $B \subset A \subset C$

32. 집합 $U = \left\{x|x \le 20,\ x\text{는 자연수}\right\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A = \left\{a|a\text{는 소수},\ a \in U\right\}$,
$B = \left\{b|b\text{는 홀수},\ b \in U\right\}$ 에 대하여 $n(((A-B)^c \cap (B-A)^c)^c)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},\ B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$$((A-B)^c \cap (B-A)^c)^c = (A-B) \cup (B-A) = \{1, 2, 9, 15\}$$

$\therefore n(((A-B)^c \cap (B-A)^c)^c) = 4$

33. 어느 학급에서 '자주 먹는 고기의 종류' 를 조사한 결과, 모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였다. 닭고기를 선택한 학생은 31 명, 돼지고기를 선택한 학생은 27 명, 소고기를 선택한 학생은 23 명이었다. 또, 세 종류의 고기 중 한 종류만 선택한 학생 중 14 명은 닭고기를, 15 명은 돼지고기를, 9 명은 소고기를 선택하였다. 세 종류의 고기를 모두 선택한 학생이 7 명일 때, 이 학급의 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 56 명

해설

닭고기를 선택한 학생의 집합을 A , 돼지고기를 선택한 학생의 집합을 B , 소고기를 선택한 학생의 집합을 C 라 두면,
닭고기만을 선택한 학생 수는 $n(A)-n(A\cap B)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)=14$,
돼지고기만을 선택한 학생 수는 $n(B)-n(A\cap B)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)=15$,
소고기만을 선택한 학생 수는 $n(C)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)=9$,
위의 세 식을 모두 더하면,
$n(A)+n(B)+n(C)-2(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+3n(A\cap B\cap C)=38$,
$n(A)=31, n(B)=27, n(C)=23, n(A\cap B\cap C)=7$ 이므로
$31+27+23-2(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+21=38$
$\rightarrow n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)=32$
모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였으므로,
$n(U)=n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+n(A\cap B\cap C)$
$=31+27+23-32+7=56$

34. x, y가 실수일 때, 다음 조건 중에서 조건 A가 조건 B이기 위한 필요충분조건인 것은?

① A : $x+y>2$ B : $x>1$ 이고 $y>1$

② A : $|x|+|y|=0$ B : $^3\sqrt{x}+3\sqrt{y}=0$

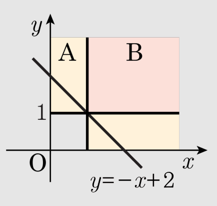
③ A : $x+y>0$ 이고 $xy>0$ B : $x>0$ 이고 $y>0$

④ A : $xy>x+y>4$ B : $x>2$ 이고 $y>2$

⑤ A : $x+y>2$ B : $x>2$ 또는 $y>1$

해설

① 그림에서 이다. 즉, $B\subset A$ 이므로 A 는 B 이기 위한 필요조건



② $|x|+|y|=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}^2+\sqrt{y}^2=0 \Leftrightarrow x=0,\ y=0$, $3\sqrt{x}+^3\sqrt{y}=0$ 을 만족시키는 x, y 는 $x=0$, $y=0$ 이외에도 $x=8$, $y=-8$, $\cdots$ 등이 있다. $\therefore \mathrm{A} \overset{\bigcirc}{\underset{\times}{\rightleftarrows}} \mathrm{B}$ (충분조건)

③ A 는 x 축, y 축을 제외한 제1 사분면을 나타 내므로 B 와 동치이다.

④ $\therefore \mathrm{A} \overset{\bigcirc}{\underset{\times}{\leftrightarrows}} \mathrm{B}$ 이다.(필요조건) (반례) $x=4$, $y=\dfrac{3}{2}$ 이다. $xy>x+y>4$ 이지만, $x>2$, $y<2$ 이다.

⑤ (충분조건) (반례)$x=3$, $y=-4$ 는B 를 만족 시키지만 A 를 만족시키지 않는다. $\therefore \mathrm{A} \overset{\bigcirc}{\underset{\times}{\leftrightarrows}} \mathrm{B}$

35. a, b가 양의 실수일 때, $a+4b+\dfrac{1}{\sqrt{ab}}$은 최솟값 A를 가지며, 이 때의 a의 값은 B이다. A, B에 알맞은 수를 차례로 구하면?

① 6, 1　　② $3+\sqrt{2}$, 1　　③ 3, $\dfrac{1}{2}$

④ 4, $\dfrac{1}{2}$　　⑤ 4, 1

해설

$a+4b+\dfrac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{a\cdot 4b}+\dfrac{1}{\sqrt{ab}}$ (등호는 $a=4b$일 때)

$\geq 2\sqrt{4\sqrt{ab}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{ab}}}$ (등호는 $4\sqrt{ab}=\dfrac{1}{\sqrt{ab}}$일 때)$=4$

또, 등호는 $a=4b$이고 $4\sqrt{ab}=\dfrac{1}{\sqrt{ab}}$일 때 성립하므로 $ab=\dfrac{1}{4}a^2=\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ a=1,\ b=\dfrac{1}{4}$

따라서, $a=1$, $b=\dfrac{1}{4}$일 때 $a+4b+\dfrac{1}{\sqrt{ab}}=4$