

1. 다음 식 중 방정식인 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $x + 1 < 3$

㉡ $3x - 2 = 1$

㉢ $3 - (x - 3) = 6 - x$

㉣ $2(x - 1) = 2x - 2$

㉤ $x \times x = 2x$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

항등식: x 에 어떤 값을 대입해도 항상 참이 되는 등식. 좌변과 우변이 같으면 항등식이다.

㉠ 등식이 아니다.

㉡ 방정식

㉢ 좌변을 간단히 하면 $3 - x + 3 = 6 - x$ 이고 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.

㉣ 좌변을 간단히 하면 $2x - 2$ 이고 $2x - 2 = 2x - 2$ 이므로 항등식이다.

㉤ 좌변을 간단히 하면 x^2 이고 $x^2 = 2x$ 이므로 항등식이 아닌 방정식이다.

따라서 방정식은 2 개이다.

2. 다음 중 항등식은?

① $-2x + 3 = 4 + 2x$

② $2x - 4 = 2(x - 2)$

③ $x - 3 = 2x + 5$

④ $3x - 1 = 2x + 2$

⑤ $0.5x - 1 = \frac{1}{2}x - 2$

해설

② 우변을 정리하면 $2x - 4 = 2x - 4$, 좌변과 우변이 같으므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립하는 항등식이다.

3. 다음 보기 중 해가 무수히 많은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $3x + 1 = 4x$

㉡ $3y + 1 = 1$

㉢ $-y + 1 = x - 2$

㉣ $4(2 - x) = 8 - 4x$

㉤ $2(x - 1) = 2x - 2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

해가 무수히 많은 것은 항등식이다.
항등식은 ㉢, ㉤이다.

4. 다음 중 어떠한 x 의 값에 대해서도 항상 성립하는 식은?

① $2(x-1) = x$

② $2x-2 = 5x-2$

③ $\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{3}$

④ $\frac{x-3}{3} = x-1$

⑤ $3(x-1) = 3x-3$

해설

어떠한 x 의 값에 대해서도 항상 성립하는 등식을 항등식이라고 한다.

⑤ $3(x-1) = 3x-3$ 으로 (좌변) = (우변) 이므로 항등식이다.

5. 등식 $ax + 2 = 4x - b$ 가 모든 x 에 대하여 항상 참일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -10

② -8

③ -3

④ 8

⑤ 10

해설

모든 x 에 대하여 항상 참인 식은 항등식이다. 항등식이 되려면 좌변과 우변이 같아야 한다.

따라서 $a = 4, b = -2$ 이므로 ab 의 값은 -8 이다.

6. $-2x + 4 = ax + 2b$ 가 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

항등식은 좌변과 우변이 같아야 한다.

따라서 $a = -2$, $b = 2$, $a + b = 0$ 이다.

7. 등식 $ax + 2 = 5x - b$ 가 모든 x 에 대하여 항상 참일 때, ab 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 5

⑤ 10

해설

모든 x 에 대하여 항상 참인 것은 항등식이므로 좌변과 우변이 같아야 한다. 따라서 $a = 5$, $b = -2$ 이므로 $ab = -10$ 이다.

8. 등식 $ax + 4 = 2(x + 3) + b$ 가 x 값에 상관없이 항상 성립한다고 할 때, $a + b$ 의 값으로 옳은 것을 고르면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$ax + 4 = 2(x + 3) + b$$

$$ax + 4 = 2x + 6 + b \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b + 6 = 4 \therefore b = -2$$

$$\therefore a + b = 2 + (-2) = 0$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a = b$ 이면 $a - c = b - c$ 이다.

② $3a + 4 = 4 - 6b$ 이면 $a = -2b$ 이다.

③ $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ 이면 $2a = 3b$ 이다.

④ $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.(단, $c \neq 0$)

⑤ $a + b = c + b$ 이면 $a = c$ 이다.

해설

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ 이면 $3a = 2b$ 이다.

10. 다음 등식이 성립하기 위하여 (가), (나)에 알맞은 식은?

㉠ $a = b$ 이면 $a + 2 =$ (가)

㉡ $a = b$ 이면 $2a - 1 =$ (나)

① (가) $2b$, (나) $2b - 1$

② (가) $2 + b$, (나) $2b$

③ (가) $2b$, (나) $2b + 1$

④ (가) $b + 2$, (나) $2b - 1$

⑤ (가) $b + 2$, (나) $2b + 1$

해설

(가) 양변에 2 를 더한다. 따라서 $a + 2 = b + 2$ 이다.

(나) 양변에 2 를 곱한 후 1 을 뺀다. 따라서 $2a - 1 = 2b - 1$ 이다.

11. $a = b$ 일 때, 다음 등식 중 옳지 않은 것은?

① $a + 2 = b + 2$

② $4a = 4b$

③ $\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}b$

④ $a - 5 = b - 5$

⑤ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

해설

⑤ $c \neq 0$ 일 때만 성립한다.

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a - 1 = b - 2$ 이면 $a = b - 1$ 이다.

② $b = 3$ 이면 $b + x = x + 3$ 이다.

③ $a = 2b$ 이면 $a + 1 = 2(b + 1)$ 이다.

④ $4a = 5b$ 이면 $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$ 이다.

⑤ $3(a - 2) = 3(b - 2)$ 이면 $a = b$ 이다.

해설

③ $a = 2b$ 의 양변에 1을 더하면 $a + 1 = 2b + 1$ 이다.

④ $4a = 5b$ 의 양변을 20으로 나누면 $\frac{a}{5} = \frac{b}{4}$ 이다.

13. x 에 관한 일차방정식 $5x + b = ax - 2$ 가 한 개의 해를 가질 조건은?

① $b \neq -2$

② $a = 5, b \neq -2$

③ $a \neq 5$

④ $a \neq 5, b \neq -2$

⑤ $a \neq 5, b = -2$

해설

$$5x - ax = -2 - b$$

$$(5 - a)x = -2 - b$$

한 개의 해를 갖기 위해서는 $5 - a \neq 0$

$$\therefore a \neq 5$$

14. x 에 관한 등식 $ax + b = 0$ 의 해가 없을 조건은?

① $a = 0, b = 0$

② $a = 0, b \neq 0$

③ $a \neq 0, b = 0$

④ $a \neq 0, b \neq 0$

⑤ $a \neq 0$

해설

$ax = -b$ 에서 해가 없을 조건은 $a = 0, b \neq 0$ 이다.

15. 다음 일차 방정식이 한 개의 해를 가질 조건은?

$$4x + b = -ax + 3$$

① $a = 2$

② $a = 3$

③ $a = 4$

④ $a \neq 3$

⑤ $a \neq -4$

해설

$$4x + ax = 3 - b$$

$$(4 + a)x = 3 - b$$

한 개의 해를 갖기 위해서는 $4 + a \neq 0$

$$\therefore a \neq -4$$

16. $(a - 2)x = b - 3$ 가 해가 없을 조건은?

① $a = 2$

② $b = 3$

③ $a = 2, b = 3$

④ $a \neq 2, b \neq 3$

⑤ $a = 2, b \neq 3$

해설

방정식이 해가 없을 조건을 구하는 것이므로 x 의 계수는 0이 되어야 하고 우변은 0이 되지 말아야 한다. 즉, $0 \times x = (0 \text{이 아닌 수})$ 의 꼴이 되어야 한다.

따라서 $a - 2 = 0, b - 3 \neq 0$

$\therefore a = 2, b \neq 3$

17. 다음은 방정식 $-\frac{2}{3} + 2x = \frac{1}{3}x + 3$ 을 푸는 과정을 나타낸 것이다.

㉠ ~ ㉤에 사용된 등식의 성질을 <보기>에서 골라 차례로 쓴 것을 고르면?

$$\begin{aligned} -\frac{2}{3} + 2x &= \frac{1}{3}x + 3 \\ -2 + 6x &= x + 9 \quad \text{㉠} \\ -2 + 5x &= 9 \quad \text{㉡} \\ 5x &= 11 \quad \text{㉢} \\ x &= \frac{11}{5} \quad \text{㉣} \end{aligned}$$

보기

$a = b$ 이면

㉠ $a + c = b + c$

㉡ $a - c = b - c$

㉢ $ac = bc$

㉣ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (단, $c \neq 0$)

① ㉢ - ㉡ - ㉠ - ㉣

② ㉠ - ㉢ - ㉡ - ㉣

③ ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣

④ ㉡ - ㉠ - ㉢ - ㉣

⑤ ㉣ - ㉢ - ㉡ - ㉠

해설

㉠ 분모 없애기 위해 3 을 곱해줌 $\Rightarrow$ ㉢

㉡ 양변에 x 를 빼줌 $\Rightarrow$ ㉡

㉢ 양변에 2 를 더해줌 $\Rightarrow$ ㉠

㉣ 양변을 5 로 나눠줌 $\Rightarrow$ ㉣

$\therefore$ ㉢, ㉡, ㉠, ㉣

18. 다음 중 방정식을 변형할 때 이용되는 등식의 성질이 다른 하나는?

① $5x = 10 \rightarrow x = 2$

② $2(x - 1) = 4 \rightarrow 2x = 6$

③ $-3x = -5x - 18 \rightarrow 2x = -18$

④ $2x - 5 = 0 \rightarrow 2x = 5$

⑤ $4x = 7 + 3x \rightarrow x = 7$

해설

① 양변을 5로 나눈다.

② 양변에 2를 더한다.

③ 양변에 $5x$ 를 더한다.

④ 양변에 5를 더한다.

⑤ 양변에 $-3x$ 를 더한다.

따라서 다른 하나는 ①이다.

19. 방정식을 푸는 과정에서 (가), (나), (다)에 이용된 등식의 성질을 다음 보기에서 차례로 고르면?

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3}x+1=-5x+3 \quad \leftarrow \boxed{\text{(가)}} \\ 2x+3=-15x+9 \quad \leftarrow \boxed{\text{(나)}} \\ 2x=-15x+6 \quad \leftarrow \\ 17x=6 \quad \leftarrow \boxed{\text{(다)}} \\ x=\frac{6}{17} \quad \leftarrow \end{array}$$

보기

㉠ $a=b$ 이면 $a+c=b+c$

㉡ $a=b$ 이면 $a-c=b-c$

㉢ $a=b$ 이면 $ac=bc$

㉣ $a=b$ 이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c} (c \neq 0)$

- ① (가) - ㉣, (나) - ㉢, (다) - ㉡
- ② (가) - ㉡, (나) - ㉢, (다) - ㉠
- ③ (가) - ㉠, (나) - ㉡, (다) - ㉢
- ④ (가) - ㉠, (나) - ㉡, (다) - ㉣
- ⑤ (가) - ㉢, (나) - ㉡, (다) - ㉣

해설

$\frac{2}{3}x+1=-5x+3$ 양변에 3 을 곱한다.

$2x+3=-15x+9$ 양변에서 3 을 뺀다.

$2x=-15x+6$ 양변에 $15x$ 를 더한다.

$17x=6$ 양변을 17 로 나눈다.

$\therefore x=\frac{6}{17}$

20. 다음 보기에 이용된 등식의 성질을 모두 고르면?

보기

$$\frac{5}{2}x - 2 = x + 1 \rightarrow \frac{5}{2}x = x + 3 \rightarrow \frac{3}{2}x = 3 \rightarrow x = 2$$

① $a = b$ 이면 $a + c = b + c$

② $a = b$ 이면 $a - c = b - c$

③ $a = b$ 이면 $ac = bc$ (단, c 는 정수)

④ $a = b$ 이면 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (단, $c \neq 0$ 정수)

⑤ $a = b$ 이면 $a + c = b - c$

해설

$$\frac{5}{2}x - 2 = x + 1$$

$$\frac{5}{2}x = x + 3 \text{ (양변에 2 를 더해줌 ①)}$$

$$\frac{3}{2}x = 3 \text{ (양변에 } x \text{ 를 빼줌 ②)}$$

$$x = 2 \text{ (양변에 } \frac{2}{3} \text{ 를 곱해줌 ④)}$$

21. 다음 두 방정식의 해가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

$$x - 1 = a, \quad \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} = 1$$

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} = 1 \text{ 의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면}$$

$$3x - 2(x+1) = 6$$

$$3x - 2x - 2 = 6$$

$$\therefore x = 8$$

$x - 1 = a$ 에 $x = 8$ 을 대입하면

$$8 - 1 = a$$

$$\therefore a = 7$$

22. 두 방정식 $0.3(x-3) = 0.6x-3$, $2x-a = 3x+1$ 의 해가 같을 때, 상수 a 의 값은?

① -12

② -10

③ -8

④ -6

⑤ -4

해설

$$0.3(x-3) = 0.6x-3$$

$$3(x-3) = 6x-30$$

$$3x-9 = 6x-30$$

$$-3x = -21$$

$$\therefore x = 7$$

$$2x-a = 3x+1$$

$$-x = 1+a$$

$$\therefore x = -a-1$$

방정식의 해가 같으므로

$$7 = -a-1, a = -8$$

23. 두 방정식 $\frac{x-5}{2} - \frac{2x-1}{6} = -2$ 와 $\frac{2a+x}{2} = 2x+1$ 의 해가 같을 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

i) $3x - 15 - 2x + 1 = -12$

$\therefore x = 2$

ii) $2a + x = 4x + 2$

$2a = 3x + 2$

$x=2$ 를 대입하면

$\therefore a = 4$

24. $(x-2) : (x+2) = 1 : 3$ 을 만족하는 x 의 값이 방정식 $\frac{a(x-3)}{3} - (x-a) = 4$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(x-2) : (x+2) = 1 : 3$$

$$(x+2) = 3(x-2)$$

$$x+2 = 3x-6$$

$$x = 4$$

$$\frac{a(x-3)}{3} - (x-a) = 4 \text{ 에 } x=4 \text{ 를 대입하면,}$$

$$\frac{a(4-3)}{3} - (4-a) = 4$$

$$\frac{1}{3}a - (4-a) = 4$$

$$\frac{4}{3}a = 8$$

$$\therefore a = 6$$