

1. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

2. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2 + 7x - 10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

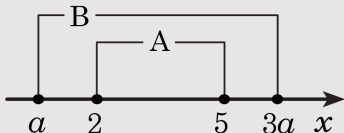
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

3. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

4. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

5. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

6. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

(i) $x < 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq -2(x-1) + 3, \quad 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+5) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{5}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$

(ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq 2(x-1) + 3, \quad 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+1) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{1}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$

(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}$, $\beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

7. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0 \text{에서}$$

$$([x] + 4)([x] - 3) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 4$$

따라서 $a = -4$, $b = 4$ 이므로 $a + b = 0$ 이다

8. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$

② $\frac{3}{2} < x \leq 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 3$

⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로
부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

9. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{x^2 - 2(k-4)x + 4}$ 가 실수가 되도록 하는 k 의 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 2$

② $k \leq -1$ 또는 $k \geq 2$

③ $2 \leq k \leq 6$

④ $k \leq 2$ 또는 $k \geq 6$

⑤ $k \geq 6$

해설

근호가 실수가 되려면

근호 속의 수가 양수이어야 한다.

즉, $x^2 - 2(k-4)x + 4 \geq 0$ 을 항상 만족시키면 되므로

판별식 $\frac{D}{4} \leq 0$ 이 될 조건을 구하면 된다.

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 4 \leq 0$$

$$k^2 - 8k + 12 \leq 0, (k-2)(k-6) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq k \leq 6$$

10. 이차부등식 $(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$$

$$(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$$

모든 x 에 대해 성립하려면,

$k-1 > 0$, 판별식이 0보다 작거나 같다

$$D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0 \text{에서}$$

$$\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$$

$$= (-k+4)k \leq 0$$

$$\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq 4$$

$$\therefore k \geq 4 (\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값: } 4$$

11. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

a 의 최솟값은 -1

12. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

13. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2mx - m \geq 0$ 을 만족하는 실수 m 의 범위는 $a \leq m \leq b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$x^2 - 2mx - m \geq 0 \text{ 이}$$

항상 성립하려면 판별식 $D \leq 0$

$$\frac{D}{4} = m^2 + m \leq 0$$

$$m(m + 1) \leq 0, -1 \leq m \leq 0$$

$$\therefore a + b = (-1) + 0 = -1$$

14. x 에 관한 이차부등식 $x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 상수 a 의 범위를 구하면 $p < a < q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $pq = 12$

해설

$x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 항상 성립할 조건은
판별식 이 $D < 0$ 을 만족해야 한다.

$$D = a^2 - 4(2a - 3) < 0$$

$$a^2 - 8a + 12 < 0$$

$$(a - 6)(a - 2) < 0$$

$$2 < a < 6 \quad \therefore p = 2, q = 6$$

$$\therefore pq = 2 \times 6 = 12$$

15. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-3 < x < 2$ 일 때, $bx^2 - ax + c < 0$ 의 해를 구하면 $x < \alpha$, $x > \beta$ 이다. $2\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$$-3 < x < 2 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0$$

$$\therefore -x^2 - x + 6 > 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 좌변과 $ax^2 + bx + c$ 의 각 항의 계수의 비가 일정해야 하므로
같이 놓아도 무방하다.

$$\therefore a = -1, b = -1, c = 6$$

이것을 $bx^2 - ax + c < 0$ 에 대입하면

$$-x^2 + x + 6 < 0$$

$$\therefore x^2 - x - 6 > 0 \quad (x+2)(x-3) > 0$$

$$\therefore x < -2 \text{ 또는 } x > 3$$

$$\therefore \alpha = -2, \beta = 3 \quad \therefore 2\alpha + \beta = -1$$

16. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다.
이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기 위해

양변에 -1 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

17. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

18. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

19. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

20. a 가 실수일 때 두 이차방정식 $x^2 + ax + a = 0$, $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ 에서 한 방정식만이 허근을 가질 a 의 범위는 ?

① $-1 < a < 4$

② $-1 < a < 0$ 또는 $3 < a < 4$

③ $-1 \leq a \leq 4$

④ $-1 < a \leq 0$ 또는 $3 \leq a < 4$

⑤ $3 \leq x \leq 4$

해설

$$x^2 + ax + a = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 허근을 가지려면

$$D = a^2 - 4a < 0$$

$$\therefore 0 < a < 4$$

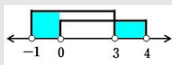
㉡에서 허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 2a - 3 < 0$$

$$(a + 1)(a - 3) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 3$$

한쪽만이 허근을 가지려면,



$$\therefore -1 < a \leq 0 \text{ 또는 } 3 \leq a < 4$$

21. 양의 실수 a 에 대하여 부등식 $-3 < x + 1 < 6$ 의 모든 해가 부등식 $|x - 2| < a$ 를 만족할 때, a 값의 범위는?

① $0 < a \leq 3$

② $0 < a < 3$

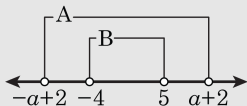
③ $0 \leq a \leq 3$

④ $a \geq 3$

⑤ $a \geq 6$

해설

$\therefore a \geq 6$



22. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m

② 6 m

③ 7 m

④ 8 m

⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

둘레의 길이는 28 m 이므로

세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.

양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로

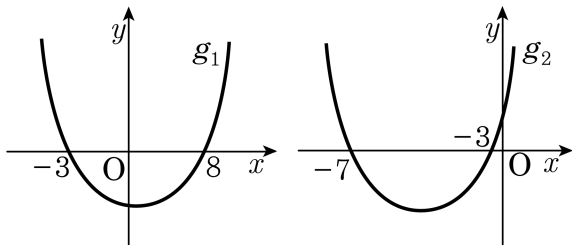
$$x(14 - x) \geq 48, 14x - x^2 - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x - 6)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 6 \leq x \leq 8$$

따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

23. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로

g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)

을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

g_2 의 일차항 $a = 10$

($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)

이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면

$x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$

$\therefore -12 < x < 2$

따라서 만족하는 정수는 13 (개)

24. 이차함수 $y = x^2 - 2x$ 의 그래프가 직선 $y = a$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < b$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 - 2x < a \text{ 에서 } x^2 - 2x - a < 0 \cdots \textcircled{7}$$

한편, 해가 $-1 < x < b$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x + 1)(x - b) < 0$$

$$\therefore x^2 + (1 - b)x - b < 0 \text{ 이}$$

부등식 $\textcircled{7}$ 과 일치해야 하므로

$$1 - b = -2, a = b$$

따라서 $a = 3, b = 3$ 이므로 $ab = 9$

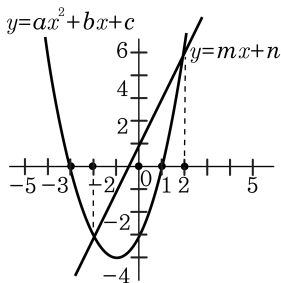
25. 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.

연립이차부등식

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < 0 \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

$x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

의 해가 $\alpha <$



① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < 0 \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases} \quad \text{에서 위의 식의 근은 } -3 < x < 1,$$

아래 식의 근은 $-2 < x < 2$ 이다.

따라서 공통범위는 $-2 < x < 1$ 이다. $-2 \times 1 = -2$

26. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

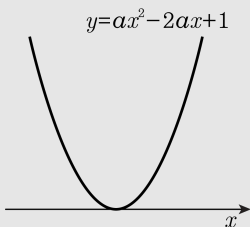
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

27. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

28. 좌표 평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여 부등식

$$2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠} \text{이}$$

항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0 \cdots \textcircled{㉡} \text{식이}$$

항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나

-1 은 속하지 않는다.

29. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는 x 가 오직 1개이기 위한 양수 a 가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$

② $2 < a < 5$

③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$

⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

30. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 2$

② $a \geq 2$

③ $a < 2$

④ a 는 모든 실수

⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수

$a \neq 2$ 일 때,

$$(a-2)x^2 - 2(a-2)x + a+4 = 0 \cdots \textcircled{7} \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(a+4) = -6(a-2) \text{이므로}$$

i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수

ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{7}$ 의 근을

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.

$\therefore a$ 는 모든 실수

31. 부등식 $|x^2 + x + 1| \leq |x + 2|$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x \leq 1$

③ $x \geq 1$

④ 해는 없다.

⑤ 모든 실수

해설

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ 이므로}$$

$$|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$$

$$x^2 + x + 1 \leq |x + 2| \text{에서}$$

(i) $x < -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq -(x + 2), \quad x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$(x + 1)^2 + 2 \leq 0$$

그런데 $(x + 1)^2 > 0$ 이므로 해는 없다.

(ii) $x \geq -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq x + 2, \quad x^2 \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 1$$

(i), (ii)에 의해 $\therefore -1 \leq x \leq 1$

32. 임의의 실수 x, y 에 대하여 부등식 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + b > 0$ 이 항상 성립 할 때, 실수 a, b 의 조건으로 바른 것은?

① $a \neq 20, b < 25$

② $a = 20, 0 < b < 25$

③ $a = 20, b > 25$

④ $0 < a < 20, b > 25$

⑤ $0 < a \leq 20, 0 \leq b \leq 25$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한다

$$\Rightarrow x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0$$

항상 성립하려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$$

$$\Rightarrow (20 - a)y + 25 - b < 0$$

임의의 x, y 에 대해 성립하려면, $a = 20, b > 25$

33. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $|x - 2| < \sqrt{3}$ 의 해와 같을 때,
이차부등식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 의 해를 구하면?

① $0 < x < 1$

② $1 < x < 2$

③ $2 < x < 3$

④ $3 < x < 4$

⑤ $4 < x < 5$

해설

$$|x - 2| < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x - 2 < \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (\because a < 0)$$

$$-\frac{b}{a} = 4, \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b = -4a, c = a$$

그러면 주어진 식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 에서

$$ax^2 + (-4a + a)x + a - 4a + 5a > 0$$

$$ax^2 - 3ax + 2a > 0 (\because a < 0)$$

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$(x - 2)(x - 1) < 0$$

따라서 $1 < x < 2$

34. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
 ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
 ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
 ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
 ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,

$$D' = k^2 - (2k + 4) > 0 \text{ 이므로}$$

$$k^2 - 2k - 4 > 0$$

$$k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } k > 1 + \sqrt{5} \quad \dots \text{ ①}$$

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면

$$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0 \text{ 이므로 } (k + 2)(k - 6) \leq 0$$

$$-2 \leq k \leq 6 \quad \dots \text{ ②}$$

①, ②의 공통범위는

$$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } 1 + \sqrt{5} < k \leq 6$$

35. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?

- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
 ③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
 ⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq x \leq 10$$

10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.