1. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, 자연수 n의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5 를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} (개)이다.

$2^{n-3} = 32,\ 2^{n-3} = 2^5$

$n - 3 = 5$ 이므로 $n = 8$이다.

2. 두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x$는 5이하의 자연수$\}$, $A = \{2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B가 반드시 포함해야 하는 원소는?

① 1, 4 ② 1, 3, 5 ③ 2, 3, 5
④ 2, 3, 4, 5 ⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2, 3, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B는 원소 1, 4를 반드시 포함하는 $A \cup B$의 부분집합이다.

3. 세 집합 A, B, X에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $X \subset (A \cup B)$ ② $(A \cap B) \subset X$

③ $(A \cup B) \subset X$ ④ $A \cap B = \varnothing$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

해설

$(A \cup B) \cap X = X$ 이면 $X \subset (A \cup B)$ 이다.

② $(A \cap B) \subset X$ 라고 말할 수 없다.

④ $A \cap B = \varnothing$ 라고 말할 수 없다.

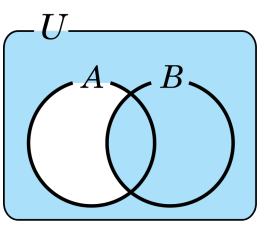
4. 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 연산 $\triangle, \square$을 $A \triangle B = \{a+b \mid a \in A,\ b \in B\}$, $A \square B = \{ab \mid a \in A,\ b \in B\}$ 로 정의한다. $A = \{-1,\ 0,\ 1\}$, $B = \{-1,\ 1\}$ 일 때, $n((A \triangle B) - (A \square B))$ 는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

연산 $\triangle, \square$에 대하여 원소를 각각 구하면 다음과 같다. $A \triangle B = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$, $A \square B = \{-1,\ 0,\ 1\}$
그러므로 $(A \triangle B) - (A \triangle B) = \{-2,\ 2\} \therefore\ n((A \triangle B) - (A \square B)) = 2$

5. 전체집합 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A=\{x|x$는 5 이하의 홀수$\}$,
$B=\{x|x$는 4의 약수$\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1,2,4\}$ ② $\{1,2,6\}$ ③ $\{1,3,6\}$
④ $\{1,2,4,6\}$ ⑤ $\{1,2,5,6\}$

해설

$A=\{1,3,5\}, B=\{1,2,4\}$ 이므로

색칠한 부분은 $\{1,2,4,6\}$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q 라 하자. $P = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$, $Q = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$ 의 반례는 $P \notin Q^c$ 을 만족하는 원소이다.
즉, P 의 원소이면서 Q^c 의 원소가 아닌 것이므로 $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$
$\therefore P \cap Q = \{6\}$

7. 명제 '$x^2+2x+a\neq 0$ 이면 $x+1\neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① 3 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

대우인 '$x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.'가 참이 되어야 한다.

$(-1)^2+2\cdot(-1)+a=0$

$\therefore\ a=1$

8. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $\sim q \to \sim p$	㉡ $r \to \sim p$	㉢ $r \to p$
㉣ $p \to r$	㉤ $\sim q \to p$	

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$p \to q$와 $r \to \sim q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \to \sim p$, $q \to \sim r$이 참
$p \to q \to \sim r$이므로 $p \to \sim r$가 참이고 그 대우인 $r \to \sim p$가 참

9. x, y가 실수일 때, $|x|+|y|=|x+y|$가 되기 위한 필요충분조건을 구하면?

① $xy=0$　② $xy>0$　③ $xy\geq 0$

④ $xy<0$　⑤ $xy\leq 0$

해설

양변을 제곱하면 $x^2+y^2+2|xy|=x^2+y^2+2xy$

$\therefore |xy|=xy$ 가 성립하려면 $xy\geq 0$ 일 때이다.

10. 두 조건 p : $|x-1| \le k$, q : $|x+2| \le 10$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 상수 k 의 최댓값은? (단, $k \ge 0$ 이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

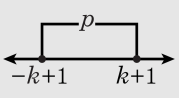
해설

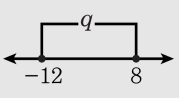
$p : |x-1| \le k \Rightarrow -k \le x-1 \le k$

$\Rightarrow -k+1 \le x \le k+1$

$q : |x+2| \le 10 \Rightarrow -10 \le x+2 \le 10$

$\Rightarrow -12 \le x \le 8$





$p \subset q$ 이므로 $-k+1 \ge -12, k+1 \le 8$

$\therefore k$ 의 최댓값 : 7

11. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

① $A \cap B^c = \varnothing$ ② $B \cap A^c = \varnothing$ ③ $A = B$

④ $A \cap B = \varnothing$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B$
$= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B$
$= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B$
$= A \cap B = A$
$\therefore A \subset B$이므로 $A \cap B^c = \varnothing$이면 $A \subset B$이므로 필요충분조건은 ①이다.

12. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음의 두 조건을 만족한다.

㈎ $1 \in A$ ㈏ $a \in A$ 이면 $\sqrt{2}a \in A$

이 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 집합 A 는 유한집합이다.

㉡ 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.

㉢ 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수는 1 이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ 조건 ㈎에서 $1 \in A$ 이므로 조건 ㈏에 의하여
$\sqrt{2} \in A$, $(\sqrt{2})^2 \in A$, $(\sqrt{2})^3 \in A$, $\cdots$,
즉, $(\sqrt{2})^n$ (n 은 자연수) 꼴로 나타나는 수는 모두 집합 A 의 원소이므로 A 는 무한집합이다.

㉡ ㉠에서 $(\sqrt{2})^2 \in A$, $(\sqrt{2})^4 \in A$, $(\sqrt{2})^6 \in A$, $\cdots$,
즉 $2 \in A$, $2^2 \in A$, $2^3 \in A$, $\cdots$ 이므로 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.

㉢ (반례)
집합 $A = \{0, 1, \sqrt{2}, (\sqrt{2})^2, (\sqrt{2})^3, \cdots\}$ 은 주어진 조건 ㈎, ㈏를 모두 만족하지만 원소 중 가장 작은 수는 0 이다.

이상에서 옳은 것은 ㉡뿐이다.

13. 집합 $A = \{x \mid x$는 27 의 약수$\}$ 일 때, 다음을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

보기

$\{1\} \subset B \subset A,\ n(B) = 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 9,\ 27\}$
집합 B 는 원소 1 을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 집합이므로
$\{1,\ 3,\ 9\}$, $\{1,\ 3,\ 27\}$, $\{1,\ 9,\ 27\}$ 의 3 개이다.

14. $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면?

① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 24 개

해설

(i) a 을 포함하는 경우
$2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) d 를 포함하는 경우
$2^{5-1} = 16$ (개)
(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
$2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
$16 + 16 - 8 = 24$ (개) 이다.

15. 집합 $A = \{x | x$는 15의 약수$\}$, $B = \{x | x$는 9의 약수$\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}, B = \{1, 3, 9\}$이므로
$A \cap B = \{1, 3\}$
$A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$
$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
X 는 원소 1, 3 을 포함하는
{1, 3, 5, 9, 15} 의 부분집합이므로
(집합 X의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)

16. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) < n(A)$이다.

㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

㉢ $A = \{\varnothing\}$이면 $n(A) = 0$이다.

㉣ U^c은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $A - B = B - A$이면 $(A \cup B) \subset B$이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) \leq n(A)$이다.
㉢ $A = \{\phi\}$이면 $n(A) = 1$이다.
㉣ $U^C = \phi$은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $A - B = B - A$이면 $A = B$이므로 $(A \cup B) \subset B$이다.

17. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 15 이하의 홀수$\}$에 대하여 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $A \cap B = \{7\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$

㉢ $A^c \cap B = \{13\}$

㉣ $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$

㉤ $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$,
$A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$
㉡ $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$
㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$

18. 전체집합 $U = \{x | x$는 30이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합
$A = \{x | x$는 30이하의 6의 배수$\}$,
$B = \{x | x$는 30이하의 9의 배수$\}$,
$C = \{9,\ 12,\ 18,\ 20,\ 25\}$ 에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
$n((A \triangle B) \cap (A \triangle C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.

$n(A \cap B \cap C) = 1,\ n((A \cup B \cup C)^c) = 21$
$\therefore\ n((A \triangle B) \cap (A \triangle C)) = 1 + 21 = 22$

19. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}$, $B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a+2=5$ 이다. $\therefore\ a=3$
$A = \{3, 6, 5, 10\}$, $B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서
원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b=10$ 이다.
따라서 $a+b=3+10=13$ 이다.