

1. 두 집합 A, B 에 대하여

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 $B = \{4, 6, 8\}$

따라서 $n(B) = 3$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 8, 10\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{2\}$

② $\{4\}$

③ $\{2, 4\}$

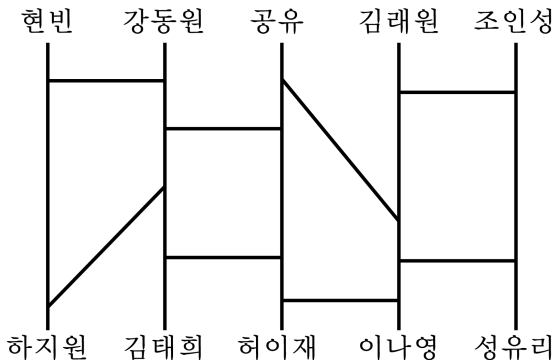
④ $\{2, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6\}$

해설

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 6, 8, 10\} - \{4, 8, 10\} = \{2, 6\} \text{ 이다.}$$

3. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



- ① 하지원 ② 성유리 ③ 이나영
④ 허이재 ⑤ 김태희

해설

일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

4. $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+1}{x}$

② $\frac{2x-1}{x}$

③ $\frac{x-1}{x}$

④ $\frac{x+1}{x}$

⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} &= 1 + \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = 1 + \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} \\ &= 1 - \frac{1-x}{x} = \frac{x-1+x}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

5. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{17}$

② $\frac{3}{17}$

③ $\frac{4}{17}$

④ $\frac{5}{17}$

⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}y$$

$$\therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} = \frac{\frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}$$

6. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

7. 두 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 3$ 에 대하여 $(f \circ g)(1) = 4$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2(ax - 3) + 6 = 2ax$$

$$(f \circ g)(1) = 2a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

8. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 1, 2, 3 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.



이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다.
 ㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다.
 ㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
 (1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3) 즉, 3 개 (참)
 ㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (참)
 ㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

9. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705

② 720

③ 735

④ 750

⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \frac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$$\therefore \frac{6!}{3!} \times 3! = 720$$

10. 남학생 4명과 여학생 6명 중에서 4명을 뽑을 때, 남학생과 여학생이 적어도 1명씩 포함되는 경우는 몇 가지인가?

① 105

② 194

③ 195

④ 209

⑤ 210

해설

전체 경우의 수에서 남학생만 뽑는 경우와 여학생만 뽑게 되는 경우의 수를 뺀다.

$${}_{10}C_4 - {}_4C_4 - {}_6C_4 = 194$$

11. 남자 5 명, 여자 4 명이 있다. 이 중에서 남자 3 명, 여자 3 명을 뽑아 남녀 한 명씩 짝을 짓는 방법의 수를 구하여라.

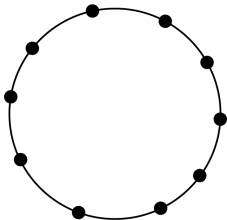
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 240가지

해설

$${}_5C_3 \times {}_4C_3 \times 3! = 10 \times 4 \times 6 = 240$$

12. 다음 그림과 같이 원주 위에 10 개의 점이 있다. 이 중에서 2 개의 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 l , 3 개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 m , 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 n 이라 할 때, $l + m + n$ 의 값은?



① 315

② 330

③ 345

④ 360

⑤ 375

해설

원주 위의 10 개의 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로,

$$l = {}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$m = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

$$n = {}_{10}C_4 = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

$$\therefore l + m + n = 375$$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 원소의 개수가 2 개, 2 개, 3 개인 집합으로 분할하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 105 개

해설

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

14. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누어 갑, 을, 병에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1680 가지

해설

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 1680$$

15. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 원소 c 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$$n(X) = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

16. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \text{ 이므로} \\ n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \\ &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

17. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

① 18 명

② 19 명

③ 20 명

④ 21 명

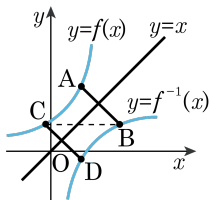
⑤ 22 명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.

$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.

18. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다. 점 A의 x 좌표가 a 일 때, 점 D의 y 좌표는?(단, 점선은 x 축에 평행하다.)



- ① $-f^{-1}(a)$ ② $-f(a)$
 ③ a ④ $f^{-1}(a)$
 ⑤ $f^{-1}(f^{-1}(a))$

해설

A($a, f(a)$)로 놓으면 점 B는

점 A와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 B($f(a), a$)이다.

또, 점 C는 점 B와 y 좌표가 같으므로 C(x, a)로 놓으면 $f(x) = a$ 이므로

$$x = f^{-1}(a) \quad \therefore C(f^{-1}(a), a)$$

그런데 점 D는 점 C와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 D($a, f^{-1}(a)$)

따라서, 점 D의 y 좌표는 $f^{-1}(a)$ 이다.

19. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여, 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의한다. 1에서 30까지의 정수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 차례로 A, B, C 라 할 때, $(A\Delta B)\Delta C$ 의 원소의 개수를 구하면?

① 10개

② 13개

③ 15개

④ 17개

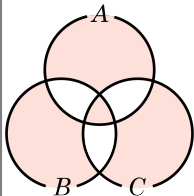
⑤ 19개

해설

$$X\Delta Y = (X \cup Y) - (X \cap Y) = (X - Y) \cup (Y - X)$$

$(A\Delta B)\Delta C$ 의 벤다이어그램은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \therefore n((A\Delta B)\Delta C) &= n(A) + n(B) + n(C) - 2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 4n(A \cap B \cap C) \\ &= (15 + 10 + 6) - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15(\text{개}) \end{aligned}$$



20. 다음 보기는 p 가 q 이기 위한 어떤 조건인가를 말하고 있다. 올바른 것의 개수는 몇 개인가?(단, a, b, x, y 는 실수)

보기

- ㉠ $p: a + b > 2, q: a > 1, b > 1$ (충분조건)
- ㉡ $p: a$ 는 4 의 배수, $q: a$ 는 짝수 (충분조건)
- ㉢ $p: (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset, q: A = B$ (필요충분조건)
- ㉣ $p: a < b, q: |a| < |b|$ (필요충분조건)
- ㉤ $p: |x - 1| = 2, q: x^2 - 2x + 3 = 0$ (필요조건)
- ㉥ $p: x = 1$ 이고 $y = 1, q: x + y = 2$ 이고 $xy = 1$ (필요조건)

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

각 조건에 대한 대우가 참인지 확인하고 반례를 찾는다.

- ㉠ 반례: $a = 0, b = 3 \therefore$ 필요조건 (거짓)
 - ㉡ 대우: a 가 홀수이면 4의 배수가 아니다. (참)
 - ㉢ $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \Rightarrow (A \cup B) \subset (A \cap B)$
 $\therefore A = B$ (참)
 - ㉣ 반례: $a = -3, b = 1$ (거짓)
 - ㉤ $|x - 1| = 2$ 의 해집합 $P = \{-1, 3\}$
 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 해집합 $Q = \emptyset$
 - ㉥ $x + y = 2$ 이고 $xy = 1$ 을 연립하면
 $y = 2 - x, x(2 - x) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$
 $\therefore x = 1, y = 1$ 이므로 필요충분조건 (거짓)
- 따라서 옳은 것은 3개