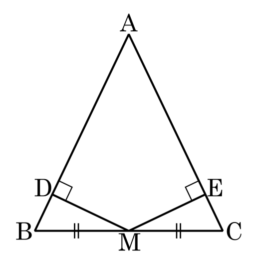
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BDM = \angle CEM$

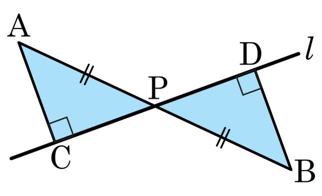
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

2. 다음 그림과 같이 선분 AB의 양 끝점 A, B에서 $\overline{AB}$의 중점 P를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 다음은 $\triangle ACP$와 $\triangle BDP$가 합동임을 나타내는 과정이다. $\boxed{}$안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



> $\triangle ACP$와 $\triangle BDP$에서
> $\angle ACP = \boxed{} = 90°$, $\overline{AP} = \boxed{}$
> $\angle APC = \boxed{}$
> $\therefore \triangle ACP \equiv \triangle BDP(\boxed{}$합동)

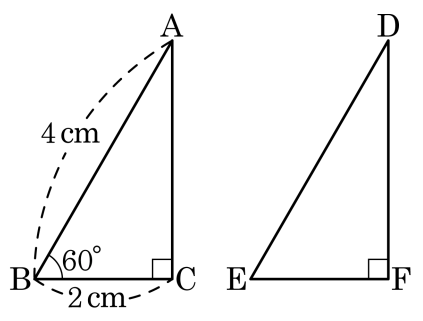
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BDP$, $\overline{BP}$, $\angle BPD$, RHA

해설

$\triangle ACP$와 $\triangle BDP$에서
$\angle ACP = \angle BDP = 90°$, $\overline{AP} = \overline{BP}$
$\angle APC = \angle BPD$
$\therefore \triangle ACP \equiv \triangle BDP$(RHA 합동)

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 합동일 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\overline{DE} = 4$ cm

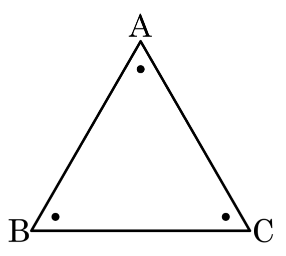
▷ 정답 : $\angle D = 30$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AB} = 4(\text{cm}),\ \angle D = 30°$

4. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$㉠
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

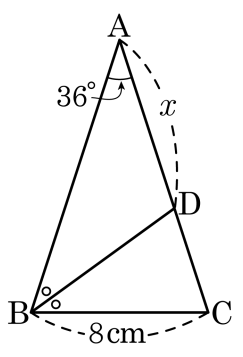
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$㉠
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$㉡
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

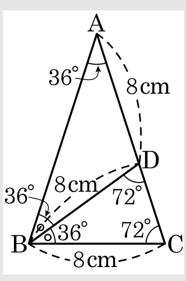
5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

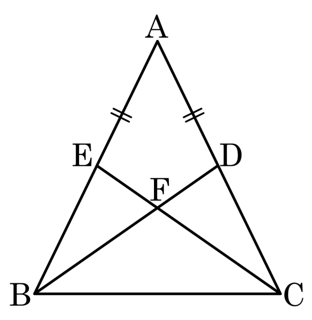


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

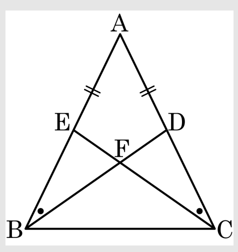


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

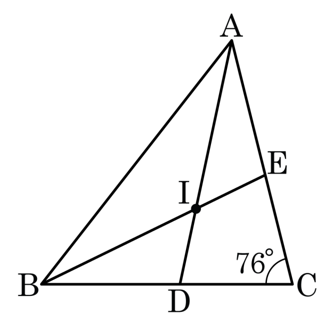
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

7. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

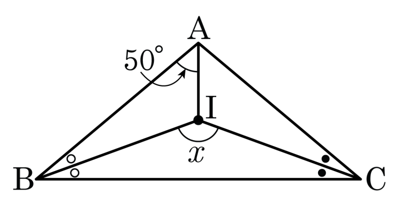
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

8. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100^\circ$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180^\circ$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40^\circ$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180^\circ$이다.
$\therefore\ \angle x = 140^\circ$

9. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

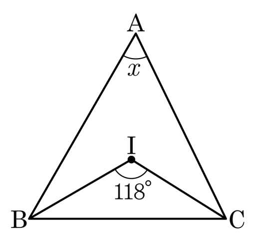
1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. ______________________
4. 그린 원을 오린다.

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 118\degree$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ________ °

▷ 정답: 56 °

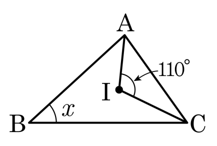
해설

$90\degree + \frac{1}{2}\angle x = 118\degree$

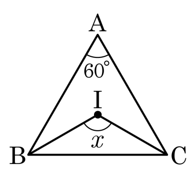
$\therefore \angle x = 56\degree$

11. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $40\,°$

▷ 정답 : (2) $120\,°$

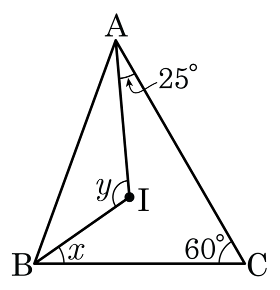
해설

(1) $110\,° = 90\,° + \frac{1}{2}\angle x$

$\therefore\ \angle x = 40\,°$

(2) $\angle x = 90\,° + \frac{1}{2} \times 60\,° = 120\,°$

12. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 점 I는 내심이다. $\angle\mathrm{CAI} = 25°$, $\angle\mathrm{ACB} = 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$　② $125°$　③ $145°$　④ $155°$　⑤ $165°$

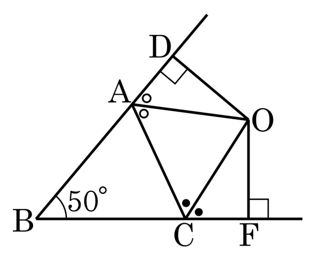
해설

ⅰ) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ⅱ) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

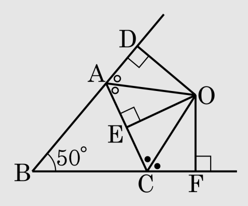
13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

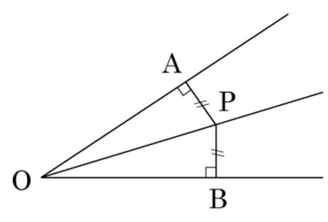
해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$
$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$
$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360° \therefore\ \angle a + \angle b = 65° \therefore\ \angle AOC = 65°$

14. 다음은 '각의 두변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.'를 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써 넣어라.



(가정) $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$
(결론) $\angle AOP = \boxed{}$
(증명) $\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서 $\angle PAO = \boxed{} = 90°$(가정)
$\boxed{}$는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$(가정)
따라서 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$($\boxed{}$합동) 이므로 $\angle AOP =$ $\boxed{}$
즉, 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BOP$

▷ 정답 : $\angle PBO$

▷ 정답 : $\overline{OP}$

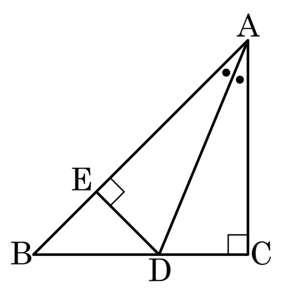
▷ 정답 : RHS

▷ 정답 : $\angle BOP$

해설

(가정) $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$
(결론) $\angle AOP = \angle BOP$
(증명) $\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$(가정)
$\overline{OP}$는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$(가정)
따라서 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$(RHS 합동) 이므로 $\angle AOP = \angle BOP$
즉, 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 있다.

15. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?



① $\overline{BD} = \overline{CD}$

② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$

③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AB}$

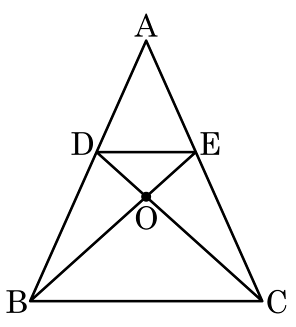
④ $\angle ADE = 67.5°$

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동)
$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로
$\overline{EB} = \overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동) 이므로 $\overline{CD} = \overline{ED}$
따라서 $\overline{EB} = \overline{ED} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \angle ADE = 180° - (90° + 22.5°) = 67.5°$
③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB}$

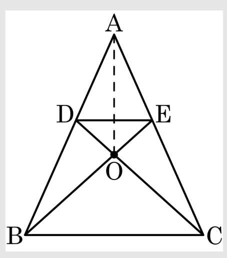
16. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}^\circ$

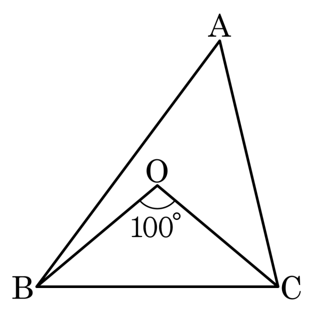
▷ 정답: 120°

해설



$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$
점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$
즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로
$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$
따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^\circ$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120^\circ$

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



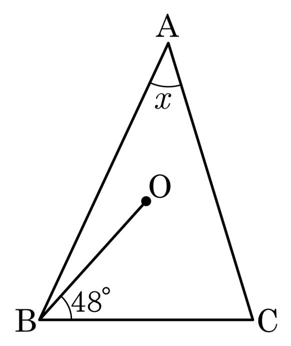
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad}$ °

▷ 정답: 50 °

해설

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

18. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심이라고 할 때, $\angle\mathrm{OBC} = 48°$ 이다. $\angle x$의 크기는?

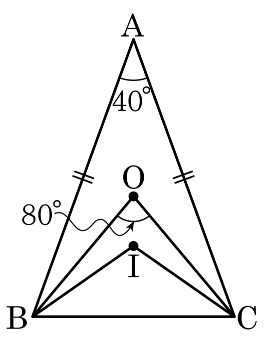


① $40°$ ② $42°$ ③ $44°$ ④ $46°$ ⑤ $48°$

해설

$\triangle\mathrm{OBC}$는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OBC} = \angle\mathrm{OCB} = 48°$
$\angle\mathrm{BOC} = 84°$
$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{BOC} = 42°$

19. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: $15\,°$

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

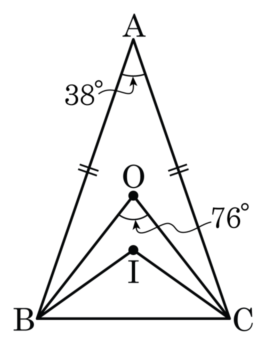
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

20. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$