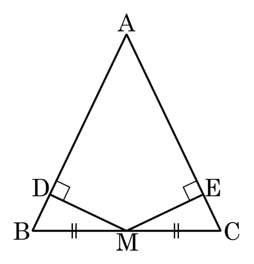
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?

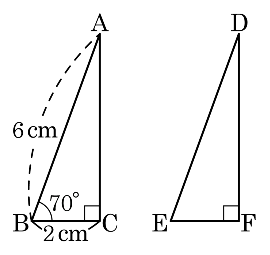


① $\overline{BM} = \overline{CM}$
② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{BD} = \overline{CE}$
④ $\angle BDM = \angle CEM$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{MC}$
$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 합동일 때 $\overline{EF}$의 길이와 $\angle D$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\overline{EF} = 2$ cm

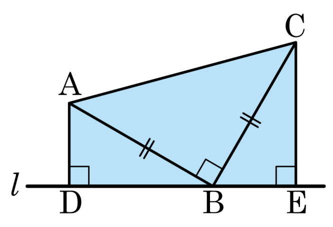
▷ 정답 : $\angle D = 20$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{BC} = 2(\text{cm}),\ \angle D = 20°$

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$인 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A, C에서 점 B를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. 다음은 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : $\angle B = 90°, \overline{AB} = \overline{CB}$
결론 : $\boxed{}$
증명 : $\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \boxed{} \cdots$ ㉡
$\angle ABC = 90°$이므로
$\angle ABD + \angle CBE = \boxed{}$
또, $\angle ABD + \angle BAD = 90°$
$\therefore \angle BAD = \boxed{} \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)

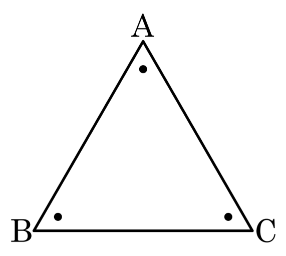
▶ 답 :

▷ 정답 : $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$, $\overline{BC}$, $90°$, $\angle CBE$

해설

가정 : $\angle B = 90°, \overline{AB} = \overline{CB}$
결론 : $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$
증명 : $\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
$\angle ABC = 90°$이므로
$\triangle ABD + \triangle CBE = 90°$
또, $\angle ABD + \angle BAD = 90°$
$\therefore \angle BAD = \angle CBE \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)

4. 다음은「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} =$ $\boxed{\text{(나)}}$ $\cdots$ ㉠
$\angle A =$ $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

㈎ ~ ㈐에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

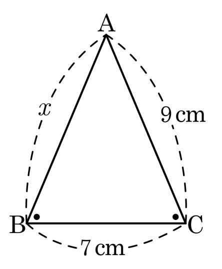
⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

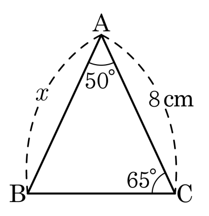
$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} =$ ($\overline{AC}$) $\cdots$ ㉠
$\angle A =$ ($\angle C$) 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

5. 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 9 cm

▷ 정답 : (2) 8 cm

해설

(1) $\angle B = \angle C$이므로 이등변 삼각형이다.
따라서 $x = \overline{AC} = 9\,\text{cm}$

(2) $\angle ABC = 180° - (50° + 65°) = 65°$이므로
$\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ x = \overline{AC} = 8\,\text{cm}$

6. 다음은「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(가)}}$
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $\boxed{\text{(라)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

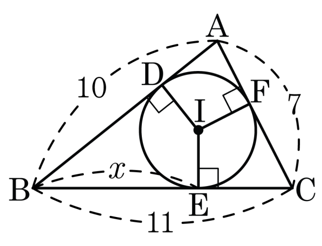
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
② (나) $\overline{AC}$
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$
⑤ (마) 정삼각형

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $(\angle A = \angle B = \angle C)$
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\ \angle C\ )$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $(\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}\ )$
따라서 $\triangle ABC$ 는 (정삼각형) 이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 7

해설

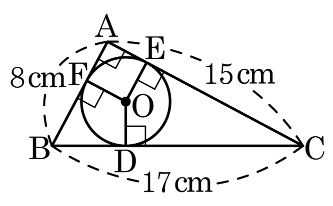
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}}, \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}}, \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다.

$\overline{\mathrm{BE}} = x = \overline{\mathrm{BD}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = 11 - x = \overline{\mathrm{CF}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 10 - x = \overline{\mathrm{AF}}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{CF}} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

8. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다.
이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



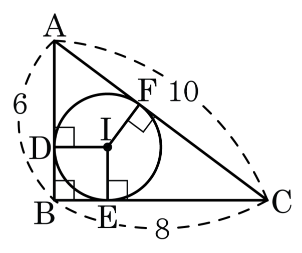
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 라고 하면
$\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$
$\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3\,\text{cm}$

9. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=8$, $\overline{\mathrm{AC}}=10$)



① 1　　② 1.5　　③ 2　　④ 2.5　　⑤ 3

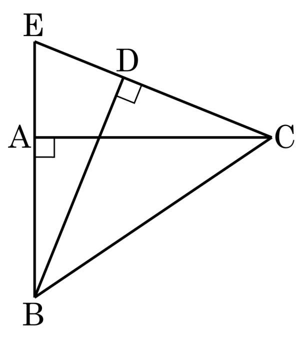
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle\mathrm{ABI}+\triangle\mathrm{BCI}+\triangle\mathrm{ACI}=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$,

$\frac{1}{2}\times(6+8+10)\times r=24 \therefore r=2$

10. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34^\circ$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



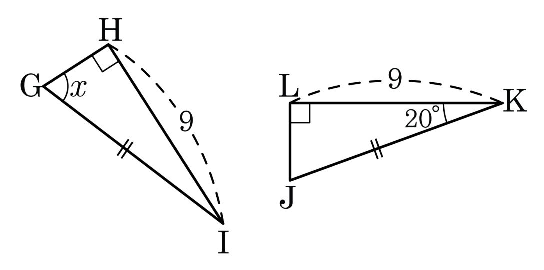
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90^\circ$,
$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
$\angle ABC = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$, $\angle DBC = \angle ACB = 34^\circ$
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56^\circ - 34^\circ = 22^\circ$
$\triangle EBD$ 에서
$\angle E + \angle ABD = 90^\circ$
$\therefore\ \angle E = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

11. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



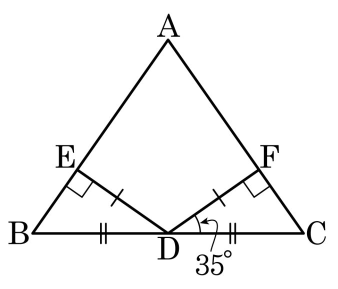
① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180° - 90° - 20° = 70°$

12. 다음 $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $70°$

해설

$\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서 $\angle BED = \angle CFD = 90°$

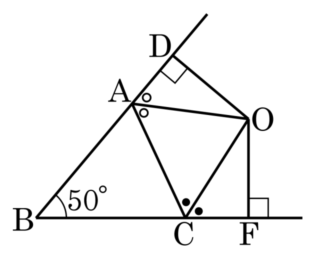
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore \ \triangle EBD \equiv \ FCD$ (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90° - 35° = 55°$

$\angle A = 180° - 55° \times 2 = 70°$

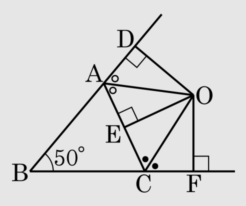
13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

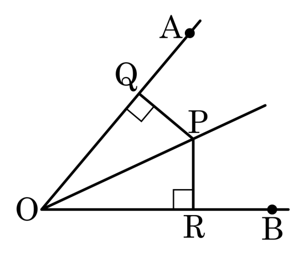
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°\ \therefore\ \angle a + \angle b = 65°\ \therefore\ \angle AOC = 65°$

14. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

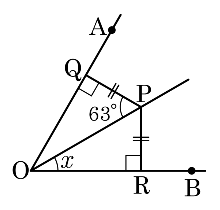
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

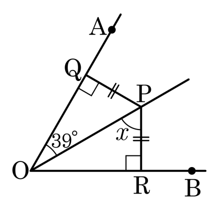
⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{OA} \perp \overline{PQ}, \overline{OB} \perp \overline{PR}$이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.

(1)


(2)


▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $27°$

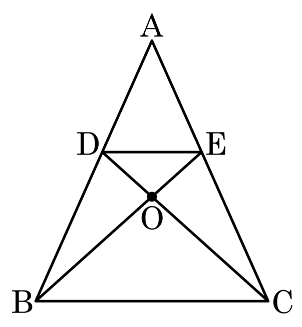
▷ 정답 : (2) $51°$

해설

(1) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동)이므로 $\angle x = \angle QOP = 180° - (90° + 63°) = 27°$

(2) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동)이므로 $\angle x = \angle QPO = 180° - (90° + 39°) = 51°$

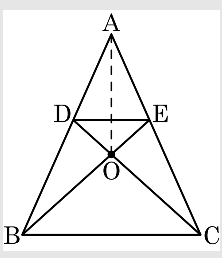
16. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답： 120°

해설



$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$

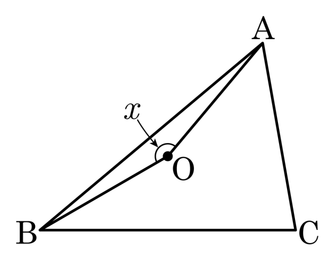
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로

$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}(\text{맞꼭지각}) = 2(x+y)$

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^\circ$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120^\circ$

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}°$

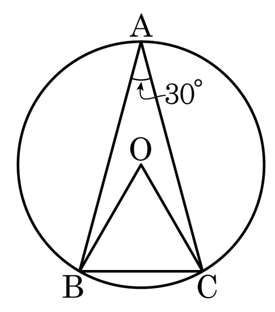
▷ 정답: $160°$

해설

$\angle C = 180° \times \dfrac{4}{2+3+4} = 80°$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$

18. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle\mathrm{BAC} = 30^\circ$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

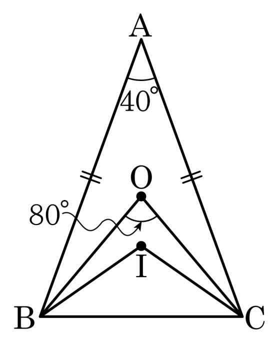


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 2\times30^\circ = 60^\circ$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

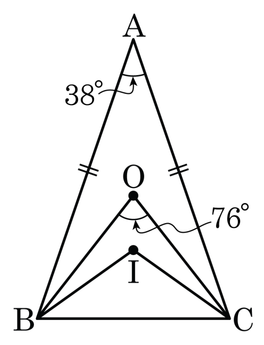
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

20. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14°　② 15.2°　③ 16.5°　④ 17°　⑤ 17.5°

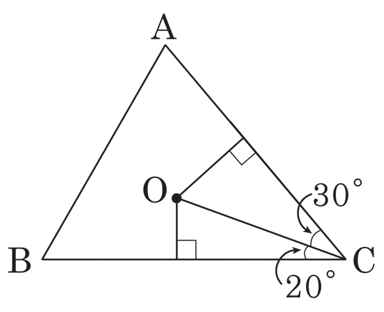
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

21. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

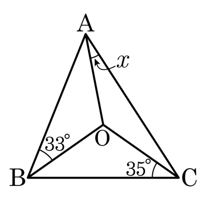
▷ 정답 : 60 °

해설

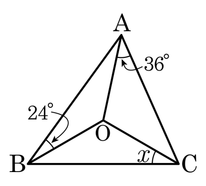
$\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\angle OBC = 20°$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$에서
$\angle OAB = 90° - (20° + 30°) = 40°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\angle OBA = 40°$
$\therefore \angle B = 40° + 20° = 60°$

22. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $22°$

▷ 정답 : (2) $30°$

해설

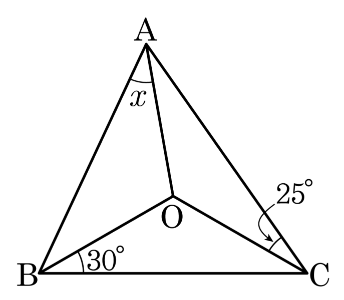
(1) $\angle x + 33° + 35° = 90°$

$\therefore \angle x = 22°$

(2) $\angle x + 36° + 24° = 90°$

$\therefore \angle x = 30°$

23. 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30° + 25° = 90°$
$\therefore \angle x = 35°$