

1. 수직선 위의 두 점 $A(-3)$, $B(-7)$ 사이의 거리를 구하면?

① 8

② 6

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$$\therefore |-7 - (-3)| = 4$$

2. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$$a = 3$$

3. 점 A(-1, -1)에 대하여 점 P(2, 3)과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

① $Q(-4, 5)$

② $Q(4, -5)$

③ $Q(-4, -5)$

④ $Q(-2, -3)$

⑤ $Q(1, 1)$

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
 $\overline{PA} = \overline{QA}$ 이다.

즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.

$Q(x, y)$ 라 하면, 점 P(2, 3)과
점 Q를 이은 선분의 중점이 A(-1, -1)이므로

$$\frac{x+2}{2} = -1, \frac{y+3}{2} = -1$$

$$\therefore x = -4, y = -5$$

$$\therefore Q(-4, -5)$$

4. 세 점 $A(6, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(4, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표를 (m, n) 이라 할 때, mn 의 값은?

① 4

② $\frac{13}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ 5

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

무게중심

$$G\left(\frac{6 + (-1) + 4}{3}, \frac{-1 + 2 + 3}{3}\right) = \left(3, \frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore mn = 4$$

5. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)$ ($a > b$) 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a+b)$ 의 좌표를 -1이라 할 때, 점 $D(a-b)$ 의 좌표는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

6. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

7. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(5, 4)$ 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

① 6

② $\sqrt{37}$

③ $\sqrt{38}$

④ $\sqrt{39}$

⑤ $\sqrt{40}$

해설

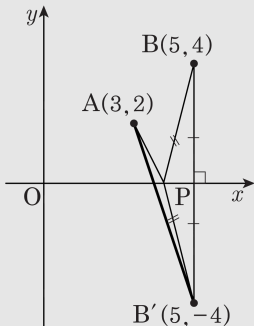
다음 그림과 같이 점 $B(5, 4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 $B'(5, -4)$ 라 하면

$$\overline{PB} = \overline{PB'} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



8. 네 점 $A(1, 4)$, $B(-2, -3)$, $C(x, y)$, $D(6, 7)$ 를 네 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 되도록 하는 점 C 의 좌표는?

① $C(-1, 2)$

② $C(3, 0)$

③ $C(3, 4)$

④ $C(1, -1)$

⑤ $C(0, 0)$

해설

평행사변형의 대각선의 성질에 의해 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이 일치하므로

$$\left(\frac{6-2}{2}, \frac{7-3}{2}\right) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$(2, 2) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$\therefore x = 3, y = 0$$

$$\therefore C(3, 0)$$

9. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

10. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,4)$, $B(6,2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의
넓이가 같으므로

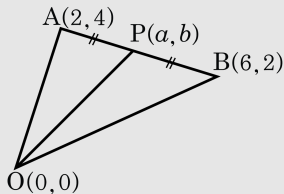
$\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이라면

P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.

이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$

즉 $P(4,3)$ 이므로 $a=4, b=3$

$\therefore a+b=7$



11. 다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 에 대한 설명이다.
점 A, B, C, D의 x 좌표를 각각 a, b, c, d 라고 할 때 옳은 것은?

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$$

$$\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{CD}$$

① $a < b < c < d$

② $c < d < a < b$

③ $d < a < c < b$

④ $d < a < c < b$

⑤ $d < c < a < b$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 에서

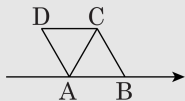
$\triangle ABC$ 는 정삼각형

$\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 에서

$\triangle ACD$ 는 정삼각형

따라서, C 와 D 는 다음 그림과 같은 위치에 있다.

따라서, $d < a < c < b$



12. 직선 $y = 2x$ 위에 있고 점 $A(2, 0)$, $B(3, 1)$ 에서 같은 거리에 있는 점을 $P(\alpha, \beta)$ 라고 할 때, $\alpha\beta$ 를 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 $P(\alpha, 2\alpha)$ 라 하면

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha - 2)^2 + (2\alpha)^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2$$

$$-4\alpha + 4 = -6\alpha - 4\alpha + 10$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

13. 두 점 A(2, -1), B(6, 3) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P, y 축 위의 점을 Q라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 외심의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P($a, 0$), Q($0, b$)라 하면

$$(2-a)^2 + (-1-0)^2 = (6-a)^2 + (3-0)^2 \dots \textcircled{㉠}$$

$$(2-0)^2 + (-1-b)^2 = (6-0)^2 + (3-b)^2 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $a = 5$, ㉡에서 $b = 5$

$\triangle OPQ$ 의 외심을 (x, y) 라 하면

$$x^2 + y^2 = (x-5)^2 + y^2 = x^2 + (y-5)^2$$

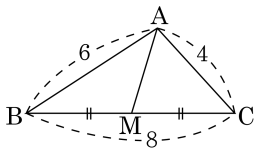
$$\therefore -10x + 25 = 0, -10y + 25 = 0$$

$$\therefore x = y = \frac{5}{2}$$

따라서 외심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$$\therefore x + y = 5$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

15. 좌표평면 위에 두 점 $A(1, 5)$, $B(6, 3)$ 이 있다. 점 P 가 직선 $y = 1$ 위를 움직일 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

① $\sqrt{41}$

② 7

③ $\sqrt{50}$

④ $\sqrt{61}$

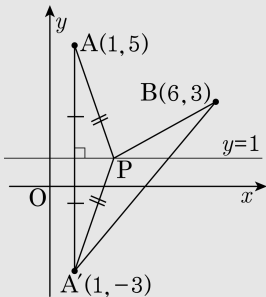
⑤ $\sqrt{89}$

해설

점 A 의 직선 $y = 1$ 에 대한 대칭점을 A' 이라 하면 $A'(1, -3)$ 이다.

아래 그림에서 $\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{PA'} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이다.

$$\therefore \overline{A'B} = \sqrt{(6-1)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{61}$$



16. 좌표평면 위의 네 점 $A(1, 2)$, $P(0, b)$, $Q(a, 0)$, $B(5, 1)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

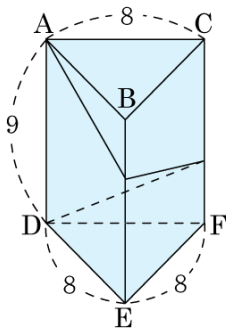
점 $A(1, 2)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 $A'(-1, 2)$, 점 $B(5, 1)$ 의 x 축에 대하여 대칭인 점을 $B'(5, -1)$ 이라 하면

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$$

$$\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$$

따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

17. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

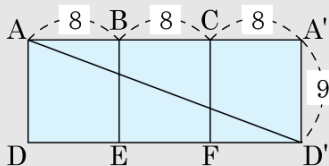


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD'} &= \sqrt{24^2 + 9^2} = \\ \sqrt{576 + 81} &= \sqrt{657} = 3\sqrt{73}\end{aligned}$$



18. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 D, 선분 AB 를 2 : 3 으로 외분하는 점을 E, 선분 AB 를 3 : 2 로 내분하는 점을 F, 선분 AB 를 3 : 2 로 외분하는 점을 G 라 하자. 점 D, E, F, G 를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.



19. 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점
A(4, 2), B(0, 3), C(-2, -4) 일 때, 나머지 한 꼭짓점 D의 좌표를
구하면?

① D(1, 5)

② D(2, 1)

③ D(3, 2)

④ D(2, -5)

⑤ D(1, 3)

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같다.

따라서 점 A가 B의 좌표보다

x 축으로 4만큼, y 축으로 -1만큼 이동한 것을

점 C에 적용할 수 있다.

따라서 D $(-2 + 4, -4 + (-1))$

$\therefore D(2, -5)$

20. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1 로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{a - 2 + 5}{3}, \frac{3 - 2 + b}{3} \right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{a + 3}{3} = 2 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\text{또 } \frac{1 + b}{3} = -1 \text{ 에서 } b = -4$$

$$\therefore a + b = -1$$