

1. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

2. 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 $-4 < a < b < 0 < c < d < 10$ 일 때,
 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ 을 큰 것부터 순서대로 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{c}$

▷ 정답 : $\frac{1}{d}$

▷ 정답 : $\frac{1}{a}$

▷ 정답 : $\frac{1}{b}$

해설

$a = -3, b = -2, c = 2, d = 5$ 라고 하면

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{3}, \frac{1}{b} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{c} = \frac{1}{2}, \frac{1}{d} = \frac{1}{5}$ 이다.

따라서 $\frac{1}{2} > \frac{1}{5} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 이다.

3. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?



- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

4. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라. (단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

5. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105개인 최소의 자연수 n 의 값은?

① 123500

② $2^7 \times 3^2 \times 5^2$

③ 128000

④ $2^6 \times 3^3 \times 5$

⑤ 129600

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는 $(m+1)(n+1)(l+1)\dots$ 이고, 약수의 개수가 $105 = 3 \times 5 \times 7$ (개)이므로 m, n, l 의 값은 차례로 2, 4, 6이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로, a, b, c 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면 $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 의 배수이므로 129600이 답이 된다.

6. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때, $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답:

▷ 정답: k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.

AB 와 CD, AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,

$(A+B)$ 와 $(C+D), (A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

7. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일 때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이므로 원래의 세 자연수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \ 3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a \\ 2) \ \underline{3 \quad 6 \quad 10} \\ 3) \ \underline{3 \quad 3 \quad 5} \\ \quad 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 = 30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$ 이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times 12 = 120$ 이다.

8. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



① 1 cm

② 2 cm

③ 4 cm

④ 5 cm

⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로

두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

9. x 는 $-\frac{4}{3} < x < \frac{12}{5}$ 이면서 유리수라 할 때, 분모가 9인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 22 개

해설

$-\frac{4}{3} = -\frac{12}{9}$ 이고, $\frac{21}{9} < \frac{12}{5} < \frac{22}{9}$ 이다.

따라서 $-\frac{12}{9}$ 보다 크고 $\frac{22}{9}$ 보다 작은 분모가 9인 기약분수의 개수는 -12 부터 22 까지 9 와 서로소인 수의 개수와 같다.

-12 부터 22 까지 9 와 서로소인 수는
-11, -10, -8, -7, -5, -4, -2,

-1, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20 이다.

∴ 22 개

10. a 와 b 의 거리는 9 이고, 수직선에서 두 수 a 와 b 에 대응하는 점의 가운데에 있는 점이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값은?(단, $a < b$)

① $-\frac{9}{2}$

② -4

③ -3

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$$a = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4, \quad b = \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\therefore a = -4, \quad b = +5$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-4) + (+5) = -3$$

11. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

12. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

㉠ a 와 4의 합은 양수이고, a 와 2의 합은 음수이다.

㉡ b 와 c 의 절댓값은 a 의 절댓값보다 작다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 더 가깝다.

㉠ $a < b < c$

㉡ $b < a < c$

㉢ $a < c < b$

㉣ $b < c < a$

㉤ $c < a < b$

해설

㉠ a 와 4의 합이 양수이고, a 와 2의 합은 음수이므로 $a < 0$ 이고 $2 < (a \text{의 절댓값}) < 4$ 이다. $\therefore a = -3$ ($\because a$ 는 정수)

㉡ $(b \text{와 } c \text{의 절댓값}) < 3$ 이므로 $-3 < b < 3$, $-3 < c < 3$ 이다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 가깝다.

$$\therefore -3 < b < c < 3$$

따라서, ㉠, ㉢에 의하여 $a < b < c$

13. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{36}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{25}{36}$

⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1) $a > 0, b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(2) $a < 0, b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(1), (2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$

14. 네 개의 유리수 $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{2}$, -2 중에서 세 개를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M + (-3m)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{2}$, -2 중에서 세 개를 뽑아 곱한 수 중

가장 큰 수는 $M = 1$ 가장 작은 수는 $m = -\frac{5}{3}$

$$\therefore M + (-3m) = 1 + 5 = 6$$

15. 두 정수 a, b 에 대하여 b 의 절댓값이 a 의 절댓값보다 6 배 크고, $a < b, a \times b < 0, b - a = 14$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$ab < 0, a < b$ 에서 $a < 0, b > 0$

$|b| = 6 \times |a|$ 에서 $b = -6a$ $-6a - a = -7a = 14, \therefore a = -2$

$\therefore b = -6a = (-6) \times (-2) = 12$

$\therefore a + b = -2 + 12 = 10$

16. 다음 조건을 모두 만족하는 정수 A, B 에 대하여 $2A + B$ 의 값은 얼마인가?(여기서 어떤 정수 a 에 대하여 $|a|$ 는 a 의 절댓값을 나타낸다.)

(가) $A + B = -14$

(나) $A \times B > 0$

(다) $|A| - |B| = 2$

① -20

② -21

③ -22

④ -23

⑤ -24

해설

$A + B = -14 < 0$, $A \times B > 0$ 이므로 $A < 0$, $B < 0$,

$A + B = -14$, $|A| - |B| = 2$ 가 되는 두 수는 $A = -8$, $B = -6$

$\therefore 2A + B = -22$

17. 백의 자리 숫자가 x 이고, 십의 자리 숫자가 y , 일의 자리 숫자가 9 인 세 자리 자연수를 4 로 나눈 몫을 a , 나머지를 b 이라 하고, 6 으로 나눈 몫을 c , 나머지를 d 라 할 때, $(a + b) - (c + d)$ 의 값은?

① $5x - 2y + 1$

② $5x + 2y + 1$

③ $5x - y + 1$

④ $5x - y - 1$

⑤ $5x - 2y - 1$

해설

세 자리 자연수는

$$100x + 10y + 9 = 4(25x + 2y + 2) + 2y + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$= 6(16x + y + 1) + 4x + 4y + 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①에 의하여 $a = 25x + 2y + 2$, $b = 2y + 1$

②에 의하여 $c = 16x + y + 1$, $d = 4x + 4y + 3$

$$\therefore (25x + 2y + 2 + 2y + 1) - (16x + y + 1 + 4x + 4y + 3) = 5x - y - 1$$

18. 다음 중 식 $4(x+1) = 2x+7$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 등식이다.
- ② x 에 관한 일차방정식이다.
- ③ 좌변은 $4(x+1)$ 이다.
- ④ $x = 2$ 일 때, 참이 된다.
- ⑤ $4x+4 = 2x+7$ 과 같은 식이다.

해설

$x = 2$ 일 때, $4(2+1) \neq 2 \times 2 + 7$ 이다. 따라서 거짓이다.

21. 10% 의 소금물 400g 에서 한 컵의 소금물을 떠내고, 떠낸 양만큼의 물을 부은 다음 다시 4% 의 소금물을 넣었더니 5% 의 소금물 600g 이 되었다. 컵으로 떠낸 소금물의 양은?

① 100g

② 130g

③ 150g

④ 180g

⑤ 200g

해설

컵으로 떠낸 소금물의 양을 x g 이라고 하면

$$\frac{10}{100} \times (400 - x) + \frac{4}{100} \times 200 = \frac{5}{100} \times 600$$

$$4000 - 10x + 800 = 3000$$

$$-10x = -1800$$

$$\therefore x = 180$$

22. 임의의 점 P_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 , 점 P_3 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_4, \dots 라 하며, 이 과정을 반복하여 시행한다. 점 $P_1(3, -5)$ 가 주어졌을 때, 점 P_{58} 의 좌표를 $P_{58}(a, b)$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$P_1(3, 5)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P_2 는 $(3, 5)$

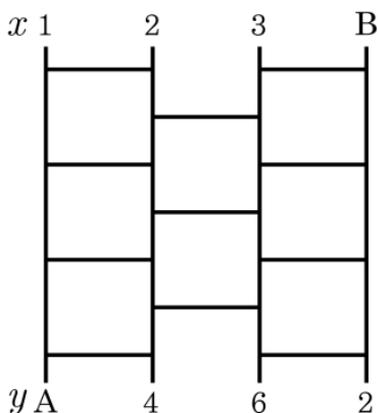
또, 이 점을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P_3 는 $(5, 3)$

y 축에 대하여 대칭이동한 점 P_4 는 $(-5, 3)$

같은 방법으로 계속하면 $P_5(-5, -3), P_6, P_7 \dots$ 이 되고, $P_1 = P_7$ 이 되므로 여섯 번 이동하면 처음과 같아진다.

따라서 $P_{58} = P_6 \times 9 + 4 = P_4$ 이므로 $(-5, 3)$ 이고, $b - a = 3 - (-5) = 8$ 이다.

23. 다음 사다리는 두 변수 x, y 에 대하여 반비례가 되도록 만들어진 것이다. x, y 사이의 관계식을 구하고, A, B 에 알맞은 수를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{12}{x}$

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 6

해설

주어진 사다리에서 x, y 사이의 대응표를 구하면

x	1	2	3	B
y	A	6	4	2

따라서 반비례 관계식 $y = \frac{12}{x}$ 에

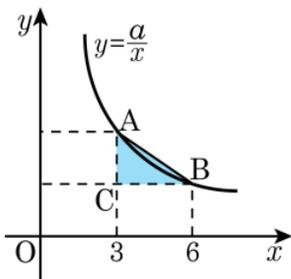
$x = 2, y = 6$ 을 대입하면,

$$a = 12$$

$$y = \frac{12}{x}$$

$$A = 12, B = 6$$

24. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 3이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a = 12$

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$

