

1. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1) \\ &= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17 \end{aligned}$$

$\therefore x^2$ 의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.

$$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$$

2. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

① $2P$

② $4P$

③ $6P$

④ $8P$

⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

3. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

4. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

- ㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.
- ㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

6. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

$\textcircled{\text{㉠}} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$	$\textcircled{\text{㉡}} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$	$\textcircled{\text{㉢}} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$
$\textcircled{\text{㉣}} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$	$\textcircled{\text{㉤}} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$	

▶ 답 :

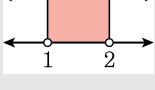
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

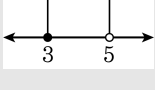
▷ 정답 : ㉤

해설

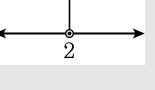
$\textcircled{\text{㉠}} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$



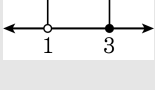
$\textcircled{\text{㉡}} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$



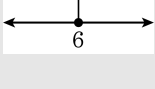
$\textcircled{\text{㉢}} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$



$\textcircled{\text{㉣}} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$



$\textcircled{\text{㉤}} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$



7. $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점이 $A(-2, 3)$, $B(-1, 4)$, $C(9, 8)$ 일 때, 무게 중심의 좌표를 구하면?

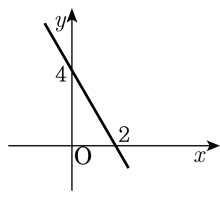
① $(2, 5)$ ② $(2, 6)$ ③ $(3, 5)$ ④ $(3, 6)$ ⑤ $(4, 5)$

해설

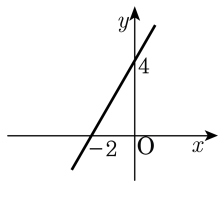
$$G = \left(\frac{-2 - 1 + 9}{3}, \frac{3 + 4 + 8}{3} \right) = (2, 5)$$

8. 다음 중 기울기가 -2 이고 y 절편이 4 인 직선의 그래프는?

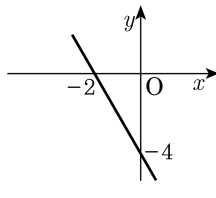
①



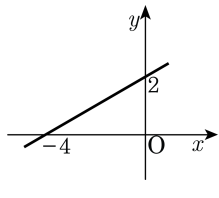
②



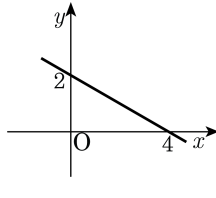
③



④



⑤



해설

y 절편이 4 인 그래프는 ①, ②번 그래프이고,
그 중에서 기울기가 -2 인 그래프는 ①번이다.

9. 직선 $x+ay+1=0$ 이 $x-y+1=0$ 과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$ 과는 평행일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x+ay+1=0 \cdots \textcircled{1}$$
$$x-y+1=0 \cdots \textcircled{2}$$
$$x+(2-b)y-1=0 \cdots \textcircled{3}$$
$$\textcircled{1} \perp \textcircled{2} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$
$$\therefore a = 1$$
$$\textcircled{1} // \textcircled{3} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2-b} \neq \frac{1}{-1}$$
$$\Rightarrow a = 2-b$$
$$\Rightarrow 1 = 2-b$$
$$\therefore b = 1$$
$$\therefore a+b = 2$$

10. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

11. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

12. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

13. $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 점 $(1, 1)$ 을 꼭지점으로 하는

아래로 볼록한 포물선이다.

그러므로 $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서

최솟값은 $x = 1$ 일 때 1 이고,

최댓값은 $x = 4$ 일 때, 10 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + 1 = 11$

14. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$x^3 - 13x + 12 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로
 $(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$
 $(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $\therefore -4 + 1 + 3 = 0$

15. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로
i) $a = 0$ 일 때,
 $3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.
ii) $a \neq 0$ 일 때,
 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면
 $a > 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$
 $\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$
i), ii)에서 $0 \leq a < 3$
따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

16. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

17. $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 3x \leq 0$ 에서
 $x(x - 3) \leq 0$ 이므로
 $0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$
 $x^2 - 5x + 4 < 0$ 에서
 $(x - 1)(x - 4) < 0$ 이므로
 $1 < x < 4 \cdots (나)$
 $(가), (나)$ 에 의해
 $1 < x \leq 3$ 이므로
 $\alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

18. 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

19. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때, $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -30

해설

$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$
양변에 $x=2, -2, 1$ 을 각각 대입하면
 $0 = 1 + a + b + c, 0 = -27 + 9a - 3b + c, -9 = c$
세 식을 연립하여 풀면 $a=5, b=3, c=-9$
 $\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$$\begin{aligned} & (x-2)(x+2)^2 \\ &= x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \\ &= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c \\ &= (x-1)[(x-1)((x-1) + a) + b] + c \end{aligned}$$

1		1	2	-4	-8	
			1	3	-1	
1		1	3	-1	-9	← c
			1	4		
1		1	4	3		← b
			1			
		1	5			← a

$$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$$

20. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + k) \text{라 할 수 있다.}$$

여기에서 상수항을 비교하면 $k = 3$

$$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$
$$= x^3 + 3x^2 + x + 3$$

$\therefore a = 3, b = 1$ 이므로 $a + b = 4$

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)Q(x)$$

$x^2 = -1$ 을 대입하면

$$-x - a + bx + 3 = 0, (b - 1)x + (3 - a) = 0$$

x 에 대한 항등식이므로

$$a = 3, b = 1$$

$\therefore a + b = 4$

21. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 m, n 이라 하자. 이 때 $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 를 m 과 n 이 포함된 식으로 나타내면?

① $R(x) = (m-n)x + (m+n)$

② $R(x) = (m+n)x + (m-n)$

③ $R(x) = (m-n)x - (m+n)$

④ $R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$

⑤ $R(x) = \frac{m+n}{2}x + \frac{m-n}{2}$

해설

주어진 조건으로 식을 세우면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q_1(x) + m \\ &= (x+1)Q_2(x) + n \end{aligned}$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)Q_3(x) + R(x)$$

$$\therefore, f(1) = R(1) = m \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = R(-1) = n \cdots \textcircled{2}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면 ①, ②에 의해

$a + b = m, -a + b = n$ 이므로

$$a = \frac{m-n}{2}, b = \frac{m+n}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$$

22. 이차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x-2$, 최소공배수가 x^3-7x+6 일 때, 두 이차식의 합은?

- ① $2x^2-2x-4$ ② $2x^2-7x+4$ ③ $2x^2+3x+6$
④ $2x^2-5x-4$ ⑤ $2x^2+6x+4$

해설

두 이차식을 A, B 라 하고

$A = (x-2)a, B = (x-2)b$ 라 하자.

$L = x^3-7x+6 = (x-2)(x+3)(x-1)$ 이므로

$A = (x-2)(x+3), B = (x-2)(x-1)$ 로 볼 수 있다.

$\therefore A+B = 2x^2-2x-4$

23. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면
 $x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$
근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면
$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$
$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$
큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$
그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로
가장 가까운 정수는 8이다.

24. 양 끝점의 좌표가 A(3, 17), B(48, 281)인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 15 개 ④ 16 개 ⑤ 46 개

해설

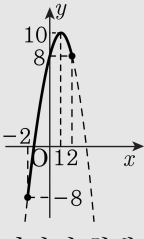
선분 AB의 방정식은
 $y = \frac{88}{15}(x - 3) + 17$
 $3 \leq x \leq 48$
이때, y가 정수이려면,
 $x - 3$ 이 15의 배수이어야 한다.
따라서 $x = 3, 18, 33, 48$ 로 모두 4개이다.
문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는
(3, 17), (18, 105), (33, 193), (48, 281)로 모두 4개

25. $2x^2 + y^2 = 8$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $4x + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서
 $y^2 = 8 - 2x^2$ 으로 놓으면
 $y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$
 $\therefore -2 \leq x \leq 2$
이 때, $y^2 = 8 - 2x^2$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면
 $4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2)^2 = -2(x - 1)^2 + 10$
여기서 $f(x) = 4x + y^2 = -2(x - 1)^2 + 10$
이라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로
다음 그림에서 $x = 1$ 일 때
 $f(x)$ 의 최댓값은 10
 $x = -2$ 일 때 $f(x)$ 의 최솟값은 $-2(-2 - 1)^2 + 10 = -8$



따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + (-8) = 2$