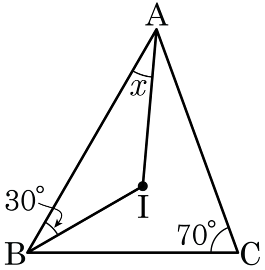
1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle IBA = 30°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

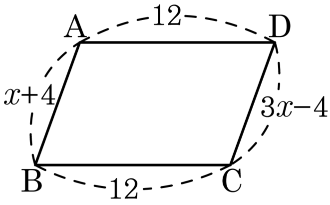
해설

$\angle B = 2 \times 30° = 60°$

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$

$\therefore \angle x = \angle IAB = \dfrac{1}{2} \times 50° = 25°$

2. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값은?

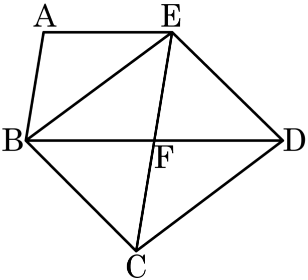


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+4=3x-4$이므로 $x=4$이다.

3. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형 ABFE 와 BCDE 가 주어졌을 때, 넓이가 <u>다른</u> 하나를 고르면?



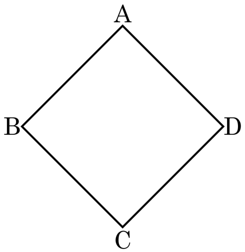
① $\triangle ABE$ ② $\frac{1}{2}\square ABFE$ ③ $\frac{1}{2}\triangle EBD$

④ $\triangle BCE$ ⑤ $\frac{1}{4}\square BCDE$

해설

그림에서 나눠진 작은 5개의 삼각형의 넓이는 모두 같다.

4. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

5. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것을 모두 몇 개인가?

보기

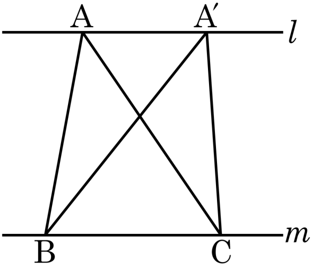
㉠ 등변사다리꼴	㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형	㉣ 마름모
㉤ 정사각형	㉥ 사다리꼴

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다. 따라서 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 총 4개이다.

6. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 30cm^2 일 때, $\triangle A'BC$ 의 넓이는?

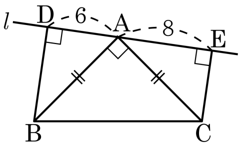


① 10cm^2　② 15cm^2　③ 20cm^2
④ 25cm^2　⑤ 30cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle ABC = \triangle A'BC$
따라서 $\triangle A'BC$ 의 넓이는 30cm^2 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?



① 2 ② 6 ③ 8 ④ 14 ⑤ 16

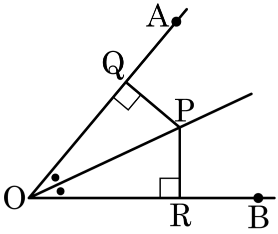
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.

따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

8. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?

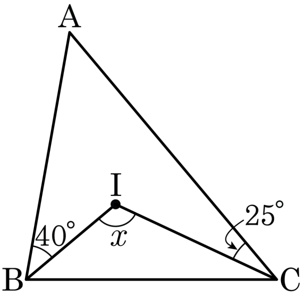


① $\overline{PQ} = \overline{PR}$
② $\overline{OP}$ 는 공통
③ $\angle PQO = \angle PRO$
④ $\angle QOP = \angle ROP$
⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ⅱ) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
ⅲ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

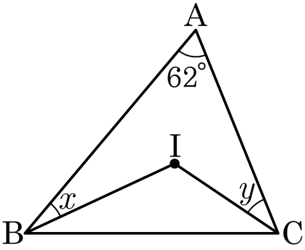
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40^\circ$이고, $\angle ICB = 25^\circ$이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 180°이므로

$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 25^\circ) = 115^\circ$

10. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 62° 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59° ② 60° ③ 61.5° ④ 62° ⑤ 62.5°

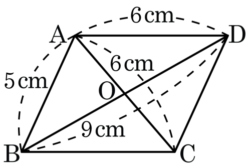
해설

$\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A}$ 에서 $\angle\mathrm{A} = 121°$

그리고 $\angle\mathrm{IBC} + \angle\mathrm{ICB} = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle\mathrm{ABC} + \angle\mathrm{ACB} = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

11. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle$OBC 와 $\triangle$OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



① $11\,\mathrm{cm},\ 12\,\mathrm{cm}$　② $12.5\,\mathrm{cm},\ 12.5\,\mathrm{cm}$

③ $12\,\mathrm{cm},\ 13\,\mathrm{cm}$　④ $13.5\,\mathrm{cm},\ 12.5\,\mathrm{cm}$

⑤ $13\,\mathrm{cm},\ 13\,\mathrm{cm}$

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

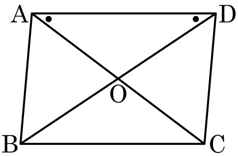
$\triangle$OBC 의 둘레는

$\overline{\mathrm{OB}} + \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{BC}} = 4.5 + 3 + 6 = 13.5(\,\mathrm{cm})$

$\triangle$OCD 의 둘레는

$\overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{OD}} + \overline{\mathrm{CD}} = 3 + 4.5 + 5 = 12.5(\,\mathrm{cm})$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle A = \angle B$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\overline{AO} = \overline{DO}$

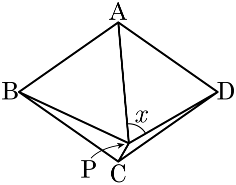
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

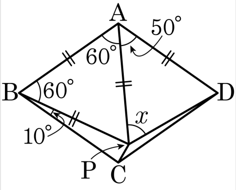
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

13. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. ∠ABC = 70° 일 때, ∠APD = (　)° 이다. (　) 안에 알맞은 수는?



① 65　② 60　③ 55
④ 50　⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 ∠APD = 65° 이다.

14. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

② 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

③ 마름모의 두 대각선의 길이가 같다.

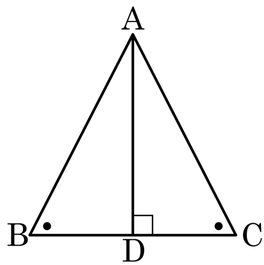
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① 등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 밑각의 크기가 같음으로 한 내각이 직각이면 직사각형이 된다.
② 한 내각이 직각인 사각형은 직사각형과 정사각형이 있다.
③ 항상 같지는 않다
④ 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 마름모가 된다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형과 등변사다리꼴이 있다.

15. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

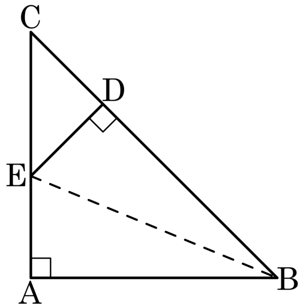
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$

② $\angle DBE = \angle ABE$

③ $\overline{AE} = \overline{EC}$

④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)

② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.

④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

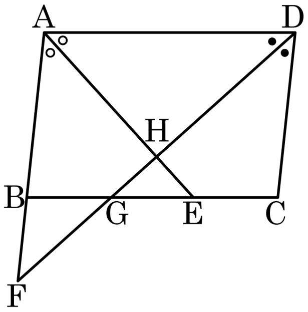
17. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ cm^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm　② 6 cm　③ 9cm　④ 12cm　⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi cm^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 84°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



① 208° ② 228° ③ 238° ④ 248° ⑤ 250°

해설

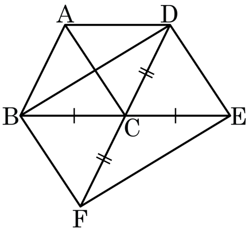
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 84° = 96°$

$$\begin{aligned}\angle AEC &= 180° - \frac{1}{2}\angle A \\ &= 180° - \frac{1}{2} \times 96° \\ &= 180° - 48° = 132°\end{aligned}$$

$\angle C = \angle A = 96°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 132° + 96° = 228°$

19. $\square ABCD$ 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 일 때, $\square ABFC$ 도 평행사변형이 된다. 무슨 조건에 의하여 평행사변형이 되는가?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행한다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같다.

해설

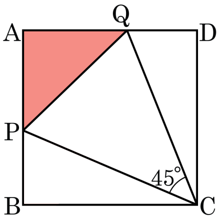
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로

$\overline{AB} // \overline{CF}$

$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{CD} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CF}$

따라서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

20. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm 이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?

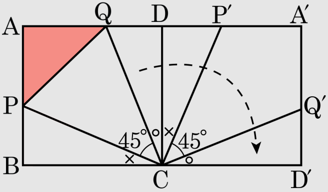


① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP, QCP'$에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}, \angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QA} = \overline{A'P'}+\overline{P'Q}+\overline{QA} = 4 + 4 = 8$