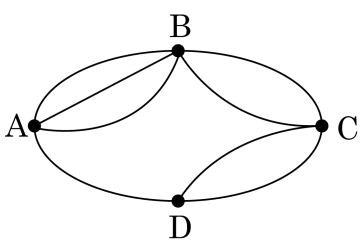
1. 네 개의 도시 A, B, C, D 사이에는 아래 그림과 같은 도로가 있다. A 를 출발하여 모든 도시를 한번 씩만 거치고, 다시 A 로 돌아오는 방법의 수는?



① 26 ② 24 ③ 20 ④ 16 ⑤ 12

해설

$A-B$ 도로의 가지 수 : 3 가지
$B-C$ 도로의 가지 수 : 2 가지
$C-D$ 도로의 가지 수 : 2 가지
$D-A$ 도로의 가지 수 : 1 가지
(i) $A \to B \to C \to D \to A$ 인 경우
$3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$
(ii) $A \to D \to C \to B \to A$ 인 경우
$1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$
그런데 (i)과 (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙을 이용하여
$\therefore 12 + 12 = 24$ (가지)

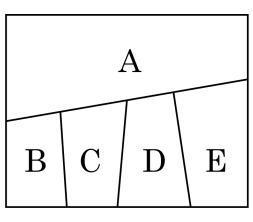
2. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 2 개, 10 원짜리 동전 2 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 0 원은 제외)

① 14 ② 26 ③ 40 ④ 46 ⑤ 66

해설

각 동전을 사용하여 지불 할 수 있는 방법의 가짓수는 100 원짜리가 3 가지, 50 원짜리가 3 가지, 10 원짜리가 3 가지이고, 0 원이면 지불하는 것이 아니므로
(지불 방법의 수)$=(2+1)(2+1)(2+1)-1=26$(가지)
지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 6 개와 10 원짜리 동전 2 개로 지불할수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수) $=(6+1)(2+1)-1=20$(가지)
$\therefore a+b=26+20=46$

3. 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?



① 1440 ② 1920 ③ 2320 ④ 2560 ⑤ 3690

해설

A 부분에 칠하는 방법은 6가지,
이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한
5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을
제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을
제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을
제외한 4가지이므로
$6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

4. $1, 2, 3, 4, 5$ 의 번호가 각각 적힌 5개의 공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 주머니에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고 k번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수를 구하여라. (단, $k = 1, 3, 4, 5$)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

2번 공은 A_1 에 넣고 k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우는 11 가지이다

5. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (ⅰ) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅱ) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅰ), (ⅱ)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$

위의 과정에서 $\boxed{\text{(가)}}$, $\boxed{\text{(나)}}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(ⅰ)에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow$(가)
(ⅱ) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow$(나)

6. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

7. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705 ② 720 ③ 735 ④ 750 ⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \frac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$\therefore \frac{6!}{3!} \times 3! = 720$

8. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.
$5! \times 3! = 720$

9. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$(개)

10. '*korea*' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.
$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$

11. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: *cbdea*

해설

a□□□□의 경우의 수는
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

b□□□□의 경우의 수는
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

ca□□□의 경우의 수는
$3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

그 다음 55번째의 수 부터는
cbade, *cbaed*, *cbdae*, ⋯ 이므로
58번째 단어는 *cbdea*이다.

12. 집합 $X = \{1,2,3\}, Y = \{1,2,3,4\}$가 있을 때, $f : X \to Y$ 중에서 $f(1) \neq 1$ 인 것은 모두 몇 가지인가?

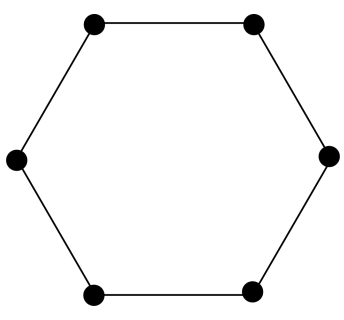
① 24 ② 30 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$f(1) \neq 1$ 이므로 $f(1)$ 은 2, 3, 4 중 하나의 값을 갖는다. $f(2), f(3)$ 은 1, 2, 3, 4 중 중복을 허락하여 하나의 값을 갖는다.

$\therefore 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

13. 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

정육각형의 6 개의 점 중 3 개를 선택하는 경우와 같다.
$\Rightarrow {}_6C_3 = 20$

14. 7 송이의 서로 다른 종류의 꽃을 3 송이, 2 송이, 2 송이의 세 묶음으로 나누는 방법의 수는?

① 105 ② 120 ③ 210 ④ 630 ⑤ 1260

해설

7 송이를 3, 2, 2 송이로 나누는 방법의 수는,

$${}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \times \frac{1}{2 \cdot 1} = 105$$

15. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4 명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860 ② 1920 ③ 2800 ④ 3024 ⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V □ V □ V □ V □ V □ V □ V □ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (가지)

16. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e와 i사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400 ② 16800 ③ 33600

④ 50400 ⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$
e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2
e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!
${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

17. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$ ② $\frac{n!}{6}$ ③ $n!$
④ $\frac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $3(n-1)!$

해설

n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$
그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.
즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{n!}{3!} = \frac{n!}{6}$

18. ${}_nP_r = 360,\ {}_nC_r = 15$ 일 때, $n + r$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}\ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_nP_4 = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

19. 2002년 월드컵은 32개팀이 참가하여 4개팀 8조로 나누어 리그전을 치룬 후 16강을 결정했다. 16강은 토너먼트 방식으로 우승팀을 가렸고, 별도로 3, 4위전이 있었다. 2002년 월드컵에서 치른 총 게임 수를 구하여라.

① 44 ② 58 ③ 64 ④ 72 ⑤ 76

해설

각 조별 리그전 : ${}_4C_2 = 6$
16강 토너먼트 : $16 - 1 = 15$
3, 4위전 : 1
$\therefore\ {}_4C_2 \times 8 + (16 - 1) + 1 = 64$

20. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.
전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$,
대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_{6}\mathrm{C}_3$이므로 구하는 경우의 수는

$$
\begin{aligned}
{}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12\times 11\times 10}{3\times 2\times 1} - \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1} \\
&= 220 - 20 = 200
\end{aligned}
$$

21. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400

④ 124500 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는 ${}_{10}P_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

22. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4 = 495$

23. 운전석을 포함한 4 인용 승용차 3 대에 10 명이 나누어 타려고 한다. 운전 면허가 있는 사람이 3 명이고 이들은 각각 지정된 승용차를 운전한다고 할 때, 10 명이 차에 나누어 타는 방법의 수는?

① 850 ② 880 ③ 920 ④ 1000 ⑤ 1050

해설

운전 면허증이 있는 사람은 각각 자신의 자동차로 가니까 나머지 7 명을 세 자동차에 분배해주면 된다.
분배명수는 4 인용 승용차이므로 $(3,3,1)$ 과 $(2,2,3)$ 의 형태 두가지 밖에 없다.
따라서 분배방법의 수는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&{}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! \\
&+ {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! \\
&= 1050
\end{aligned}
$$

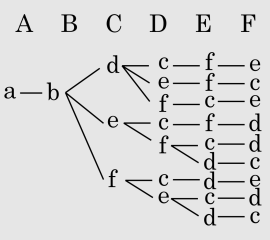
24. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1 장씩 나누어 줄 때 6 명 중 어느 2 명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60 가지 ② 85 가지 ③ 120 가지

④ 135 가지 ⑤ 145 가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



$\therefore (A, B)$ 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

25. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수 : $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$