

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 10보다 작은 짝수의 모임 ② 눈이 큰 사람의 모임
③ 애국가 1절의 모임 ④ 착한 사람의 모임
⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

- ① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
② ‘큰’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ ‘애국가 1절’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ ‘착한’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ ‘키가 크다’는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 4 개

② 8 개

③ 16 개

④ 32 개

⑤ 64 개

해설

$\{a, b, c, d\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

3. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며,
 $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, b, d, f, g, h\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\{c, e\}$

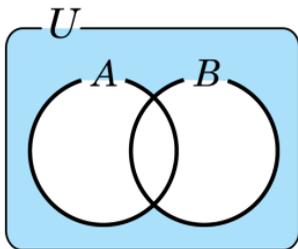
해설

$$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

$$A - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f\} - \{a, b, d, f\} = \{c, e\}$$

5. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 30$, $n(A) = 20$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$ 이다.

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 20 + 15 - 10 \\ &= 25\end{aligned}$$

따라서 $n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 25 = 5$ 이다.

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 실수}\}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $\sqrt{3} \notin A$

③ $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$

④ 집합 A 는 무한집합이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이다.

해설

① $3 > 2$ 이므로 $3 \notin A$ 이다.

② $1^2 < (\sqrt{3})^2 < 2^2$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} \in A$

③ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 은 모두 1보다 작으므로

$A \neq \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$ 이다.

⑤ $\frac{3}{2} \in A$ 이므로 공집합이 아니다.

7. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

8. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $c \subset A$

㉡ $d \notin A$

㉢ $\{a\} \in A$

㉣ $\{b, c\} \subset A$

㉤ $A \subset \{a, b, c, d, e, f\}$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ $c \in A$

㉢ $\{a\} \subset A$

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여
 $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.

먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B 와 합집합을 구하면

$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11이다.

10. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}$, $B - A = \{2, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① {2}

② {6}

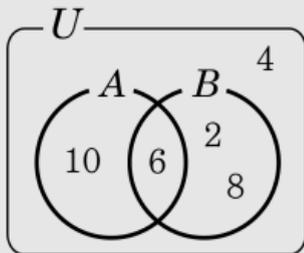
③ {10}

④ {2, 6}

⑤ {6, 10}

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{k | k = xy, x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$A = \{-2, -1, 0, 1\}$ $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\}$ 이다.

$\therefore B - A = \{2, 4\}$

$\therefore 2 + 4 = 6$

13. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은

$$2 + 5 + 8 + 11 = 26$$

14. 두 집합 $A = \{5, 7, 10\}$, $B = \{x-4, x-2, x+1\}$ 이 서로 같을 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x-4, x-2, x+1$ 의 크기를 비교해 보면 $x-4 < x-2 < x+1$
이므로

$A = B$ 이려면 $x-4 = 5, x-2 = 7, x+1 = 10$ 이 되어야 한다.
따라서 $x = 9$ 이다.

15. 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 X 는 집합 B 에 포함되고, 집합 A 는 집합 X 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 a, c 를 모두 포함하는 집합이므로

구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

16. 집합 $A = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \frac{1}{2^6} \right\}$ 의 부분집합 X 에 대하여 X 의 모든 원소의 합이 1보다 작은 X 의 개수는? (단, \emptyset 은 제외)

① 31개

② 32개

③ 63개

④ 64개

⑤ 128개

해설

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} = \frac{63}{64}$ 이므로 원소 1을 제외한 모든

원소가 X 의 부분집합이 될 수 있으므로 부분집합 X 의 개수는 $2^{7-1} - 1 = 63(\text{개})$ ($\because \emptyset$ 은 제외하므로)

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 서로소일 때, $(A-B)^c \cap A$ 를 간단히 한 것이다. ① ~ ⑤ 에 알맞지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 (A - B)^c \cap A &= (\text{①})^c \cap A \\
 &= (\text{②}) \cap A \\
 &= (\text{③}) \cup (B \cap A) \\
 &= (\text{④}) \cup (B \cap A) \\
 &= (\text{⑤})
 \end{aligned}$$

① $A \cap B^c$

② $A \cup B^c$

③ $A^c \cap A$

④ \emptyset

⑤ $A \cap B$

해설

$$(A - B)^c \cap A = (A \cap B^c)^c \cap A \quad \dots \text{①}$$

$$= (A^c \cup B) \cap A \quad \dots \text{②}$$

$$= (A^c \cap A) \cup (B \cap A) \quad \dots \text{③}$$

$$= \emptyset \cup (B \cap A) \quad \dots \text{④}$$

$$= A \cap B \quad \dots \text{⑤}$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능하지 않은 것은?

① $\{13, 26, 52\}$

② $\{3, 13, 26, 52\}$

③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$

④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.

② $3 \notin A \cup B$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, a + 1\}$ $B = \{3, 5, a\}$ 에서 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① \emptyset

② $\{1\}$

③ $\{5\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $a + 1 = 3, a = 2$

따라서, $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 5\}$ 이므로

$A - B = \{1\}$ 이다.

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(A^c)^c = A$

㉡ $A \cup A^c = U$

㉢ $A \cap A^c = \emptyset$

㉣ $(A \cup B) \subset B$

㉤ $U^c = \emptyset$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉣ $B \subset (A \cup B)$

21. 집합 $A = \{1, 3, x, 6\}$, $B = \{7, y + 1, y + 2, 8\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 6\}$ 라고 할 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 3, 5\}$

④ $\{1, 3, 7, 8\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로 $x = 5, A = \{1, 3, 5, 6\}$ 이다.

(1) $y + 2 = 5$ 일 경우는 조건에 맞지 않는다.

(2) $y + 1 = 5$ 일 경우, $A \cap B = \{5, 6\}$ 이 되어 조건에 맞는다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 6\}, B = \{5, 6, 7, 8\}$ 이 되어

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 3\} \cup \{7, 8\} = \{1, 3, 7, 8\}$ 이다.

22. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

① $\{b\}$

② $\{e\}$

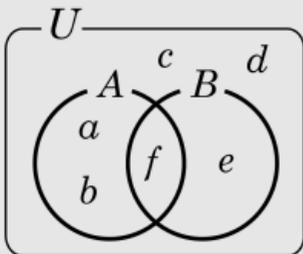
③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$

⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



23. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{4, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - A$ 는?

① $\{4\}$

② $\{8\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{4, 9\}$

⑤ $\{9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 $(A \cup B) - A = \{2, 4, 8, 9\} - \{2, 4, 8\} = \{9\}$ 이다.

24. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $n(A \cup X) = 4$, $n((A - B) \cap X) = 2$ 일 때, 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$n(A \cup X) = 4$ 에서 $n(A) = 4$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 2\} \cap X) = 2$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다. 따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 1, 2를 반드시 포함하는 A 의 부분 집합의 개수와 같으므로

$2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

25. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 9, 15, 21\}$, $B = \{12, 15, 18, 21\}$ 에 대하여 연산 $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 로 정의할 때, $(A\Delta B)\Delta B^c$ 을 나타낸 것은?

① $\{3, 6, 12\}$

② $\{3, 12, 18\}$

③ $\{3, 15, 21\}$

④ $\{6, 12, 18\}$

⑤ $\{6, 12, 15, 18\}$

해설

$$\begin{aligned} A\Delta B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{3, 9, 12, 15, 18, 21\} - \{15, 21\} \\ &= \{3, 9, 12, 18\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A\Delta B)\Delta B^c &= \{3, 9, 12, 18\} \Delta \{3, 6, 9\} \\ &= \{3, 6, 9, 12, 18\} - \{3, 9\} \\ &= \{6, 12, 18\} \end{aligned}$$