

1.  $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$$a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$1 = c \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

2. 등식  $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = 0$

②  $a = -1, b = 2$

③  $a = 1, b = -2$

④  $a = 0, b = 2$

⑤  $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면  $a = 1, b = 2$

3.  $x$ 에 대한 항등식  $a(x+1) + b(x-1) = x+3$ 에서  $a, b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = -1$

#### 해설

준식을 정리하면

$$(a+b)x + a - b = x + 3$$

계수비교법에 의하여

$$a+b=1, a-b=3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a=2, b=-1$$

4. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

### 해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

5.  $x$  의 값에 관계없이 등식  $x^2 + 13x - 18 = a(x + 2)(x - 3) + bx(x + 2) + cx(x - 3)$  이 항상 성립할 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

### 해설

준식에

$x = 0$  을 대입하면  $-18 = -6a$  에서  $a = 3$

$x = 3$  을 대입하면  $30 = 15b$  에서  $b = 2$

$x = -2$  을 대입하면  $-40 = 10c$  에서  $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

6.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

7. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

#### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

8.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

9. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $-8$

②  $-2$

③  $-16$

④  $4$

⑤  $2$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

10.  $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는  $x - 2$ 로 나누어 떨어지고  $x + 1$ 로 나누면 나머지가 6이다.  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 라 하면

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ 에서  $a = 3$ ,  $b = -8$

$$\therefore a - b = 11$$

11. 다항식  $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을  $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때,  $a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

12. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

13.  $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$  가  $x+2$  로도 나누어떨어지고,  $x-1$  로도 나누어떨어질 때,  $\frac{q}{p}$  의 값은?

① 9

② 4

③ -9

④ -3

⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

14. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ &= (x + 1)(2x - 3)Q(x) \end{aligned}$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

15.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + kx^2 + kx - 1$ 을  $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_1(x)$ ,  $R_1$ ,  $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_2(x)$ ,  $R_2$ 라 할 때,  $R_1 = R_2$ 를 만족하는 실수  $k$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + kx^2 + kx - 1 &= (x - 2)Q_1(x) + R_1 \\ &= (x + 2)Q_2(x) + R_2\end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } R_1 = 8 + 4k + 2k - 1 = 6k + 7$$

$$x = -2 \text{ 대입, } R_2 = -8 + 4k - 2k - 1 = 2k - 9$$

$$R_1 = R_2 \text{ 이므로 } 6k + 7 = 2k - 9$$

$$\therefore k = -4$$

16. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - x$ 로 나누면 3이 남고  $x^2 + x - 6$ 로 나누면  $x - 1$ 이 남을 때,  $f(x)$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$$f(x) = x(x-1)Q_1(x) + 3$$

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q_2(x) + x-1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 3, f(2) = 1 \text{ 이므로}$$

$$a + b = 3, 2a + b = 1$$

$$\text{연립하여 풀면, } a = -2, b = 5$$

$$\therefore (\text{구하는 나머지}) R(x) = -2x + 5$$

$$\therefore R(1) = 3$$

17.  $x^5 + x + 1$ 을  $x + 1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라고 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면  $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \textcircled{7}$$

$Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지는  $Q(1)$

$$\textcircled{7} \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

18. 다항식  $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에  $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에  $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

19.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $i=1$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

|   |   |     |     |     |
|---|---|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | $a$ | $b$ | $c$ |
|   |   | $d$ | $e$ | $f$ |
|   | 1 | $g$ | $h$ | $i$ |

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

|   |   |       |         |           |
|---|---|-------|---------|-----------|
| 1 | 1 | $a$   | $b$     | $c$       |
|   |   | 1     | $a+1$   | $a+b+1$   |
|   | 1 | $a+1$ | $a+b+1$ | $a+b+c+1$ |

이때  $a+b+c+1=1$ 이므로

$$a+b+c=0$$

따라서 ③이다.

20.  $x$ 에 관한 항등식  $x^3 + 2x^2 - 3x + 5 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 를 만족시키는  $a, b, c, d$ 에 대하여  $abcd$ 의 값은?

① -10

② 10

③ 50

④ 100

⑤ 200

### 해설

$$\begin{aligned} & a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d \\ &= (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d \\ &= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d \end{aligned}$$

따라서  $x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ 를  $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로  $d, c, b$ 가 되고 마지막의 몫이  $a$ 이다.

$$a = 1, b = 5, c = 4, d = 5$$

$$\therefore abcd = 100$$

21.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -2

### 해설

$$x + y + 2z = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + z = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z = 2 \Rightarrow z = 2 - x$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$\therefore ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$$

$$\Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2$$

$$= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6$$

모든 실수  $x, y, z$ 에 대해 성립하려면

$$a + b + c = 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6$$

위의 식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = 2, c = -3$

$$\therefore 3a + 2b + c = 4$$

22. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $x^{100} - 1 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{100}(x-1)^{100}$  이 성립할 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{100} = 2^m + k$  이다.  $m + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 98

해설

$x = 0$ 을 대입하면

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{100} = -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$x = 2$ 를 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{100} = 2^{100} - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{100}) = 2^{100} - 2$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{100} = 2^{99} - 1$$

$$\therefore m = 99, k = -1 \text{ 이므로 } m + k = 98$$

23. 정식  $f(x)$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고,  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 3x가 남는다.  $f(x)$ 를  $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

①  $6x - 1$

②  $6x - 2$

③  $6x - 3$

④  $6x - 5$

⑤  $6x - 9$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢} \text{에서 } f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉣} \text{에서 } f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\therefore \textcircled{㉣}, \textcircled{㉤} \text{에서 } a = 6, b = -9$$

$$\therefore \text{나머지는 } 6x - 9$$

24. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누면 몫이  $A(x)$ , 나머지가  $a$ 이고,  $x+2$ 로 나누면 몫이  $B(x)$ , 나머지가  $b$ 라고 한다. 이때,  $A(x)$ 를  $x+2$ 로 나눈 나머지를  $a, b$ 로 나타내면?

- ①  $a-b$       ②  $\frac{a-b}{2}$       ③  $\frac{a-b}{3}$       ④  $\frac{a-b}{4}$       ⑤  $\frac{a-b}{5}$

### 해설

$$f(x) = (x-1)A(x) + a \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x+2)B(x) + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 각각  $x=1, x=-2$ 를 대입하면

$$f(1) = a, f(-2) = b$$

$A(x)$ 를  $x+2$ 로 나눈 나머지는 나머지정리에 의해  $A(-2)$ 이다.

①에  $x=-2$ 를 대입하면

$$f(-2) = -3A(-2) + a = b$$

$$\therefore A(-2) = \frac{a-b}{3}$$

25.  $x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지가 5이고, 그 몫을 다시  $x+3$ 으로 나눈 나머지가 3일 때,  $xP(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ ,

$Q(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ 라 하면

$P(x) = (x-2)Q(x) + 5, Q(x) = (x+3)Q_1(x) + 3$ 이므로

$$P(x) = (x-2)\{(x+3)Q_1(x) + 3\} + 5$$

$$= (x-2)(x+3)Q_1(x) + 3x - 1$$

$$\therefore P(-3) = -9 - 1 = -10$$

따라서  $xP(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 나머지는

$$-3P(-3) = -3 \times (-10) = 30$$

해설

나머지정리에 의해  $Q(-3) = 3$

$P(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서 양변에  $x$ 를 곱하면

$$xP(x) = x(x-2)Q(x) + 5x \cdots \textcircled{1}$$

나머지정리에 의해  $xP(x)$ 를  $x+3$ 로 나눈 나머지는  $-3P(-3)$ 이다.

①의 양변에  $x = -3$ 을 대입하면

$$-3P(-3) = -3 \cdot (-5)Q(-3) - 15$$

$$Q(-3) = 3 \text{을 대입하면 } -3P(-3) = 30$$