

1. 다음 식의 계산 중 바르지 못한 것은?

- ① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$ ② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$
③ $-\sqrt{49} + \left(\sqrt{13}\right)^2 = 6$ ④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$
⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

2. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① 무리수는 무수히 많다.
 - ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 - ③ 정수는 6 개가 있다.
 - ④ 자연수는 3 개가 있다.
 - ⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2 . 두 개 있다.

3. 다음을 만족하는 유리수 a, b 에 대해 $a + b$ 를 구하여라.

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{a}, \sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{b}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 197$

해설

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{3} = \sqrt{192} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} = \sqrt{b} \text{ 이므로 } a = 192, b = 5$$

$$\therefore a + b = 197$$

4. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

5. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

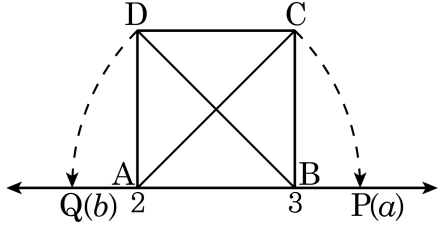
6. $a > 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 18ab$
- ② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}a$
- ③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = b$
- ④ $2\sqrt{a^2} \times \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{25a^2b^2} = -7ab$
- ⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a + b$

해설

- ① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 3a \times (-6b) = -18ab$
- ② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}$
- ③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = |5b| - |4b| = -5b + 4b = -b$
- ⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a - b$

7. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q를 수직선 위에 잡았을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

- ㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$ ㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$
 ㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$ ㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$
 ㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉡ $Q(b) = 3 - \sqrt{2}$
 ㉢ $\overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$
 ㉤ $\overline{AB} = 1$

8. 다음 중 대소 비교를 올바르게 한 것은?

① $\sqrt{2} + 1 = 3$

② $\sqrt{2} < 1.4$

③ $1 > \sqrt{1}$

④ $\sqrt{15} < 14$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} < 2 + \sqrt{6}$

해설

① $\sqrt{2} + 1 < 3$

② $\sqrt{2} > 1.4$

③ $1 = \sqrt{1}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{6}$

9. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

① A

② B

③ C

④ $A = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$$

$$\therefore A > B$$

$$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$$

$$\therefore A < C$$

따라서 $B < A < C$ 이다.

10. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10}$ 가 0 이 되려면 a 는 b 의 몇 배이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$ 배

해설

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5a}}{5} = \frac{3\sqrt{b}}{10} \Rightarrow 2\sqrt{5a} = 3\sqrt{b}$$

$$\sqrt{5a \times 2 \times 2} = \sqrt{3 \times 3 \times b}$$

$$20a = 9b \Rightarrow a = \frac{9}{20}b$$

11. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$	㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$
㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$	㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$

㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$

㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$

12. $-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} = a\sqrt{2} + b\sqrt{5}$ 가 성립할 때, $2a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & -3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} \\ &= (-3 + 5)\sqrt{2} + \frac{-11 + 3}{4}\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} \\ & a = 2, b = -2 \text{ 이므로 } 2a + b = 2 \end{aligned}$$

13. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉤

④ ㉠, ㉤, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉤

해설

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$
 $= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{31.2}$ 의 값을 구하면?

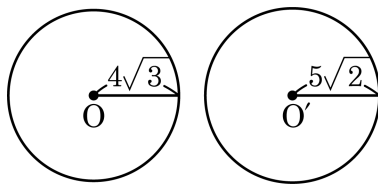
수	0	1	2	3	4	5
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

- ① 5.831
- ② 5.586
- ③ 5.495
- ④ 5.675
- ⑤ 5.404

해설

$\sqrt{31.2} = 5.586$

15. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



- ① $4\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $5\sqrt{2}\text{ cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$
④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$ ⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

17. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x &= \pm 2, y = \pm 3 \\ x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10 \end{aligned}$$

18. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

19. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(72) - f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2} - 3$

해설

$\sqrt{72} = 8.\dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{72} - 8 = 6\sqrt{2} - 8$ 이다.

$\sqrt{32} = 5.\dots$ 이므로 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{32} - 5 = 4\sqrt{2} - 5$ 이다.

$f(72) - f(32) = (6\sqrt{2} - 8) - (4\sqrt{2} - 5) = 2\sqrt{2} - 3$ 이다.

21. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x+3 < 2(x+1) \text{ , } x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1 - x \\ &= -x - 1 + 1 - x \\ &= -2x\end{aligned}$$

22. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2+15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+15=2b$ 이므로 $2b-a^2=15$
이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로
 $\therefore (a,b)=(1,8)$
 $\therefore a+b=9$

23. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
 $f(220) = (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
 $f(144) = (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11$
 $\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$

24. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \text{ 에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$

25. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$