

1. 다음 식의 계산 중 바르지 못한 것은?

① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$

③ $-\sqrt{49} + (\sqrt{13})^2 = 6$

④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$

⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

2. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 무리수는 무수히 많다.

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 정수는 6 개가 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다.

⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2. 두 개 있다.

3. 다음을 만족하는 유리수 a, b 에 대해 $a + b$ 를 구하여라.

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{b}$$

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 197$

해설

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{3} = \sqrt{192} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} = \sqrt{b} \text{ 이므로 } a = 192, b = 5$$

$$\therefore a + b = 197$$

4. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

5. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

6. $a > 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 18ab$

② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}a$

③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = b$

④ $2\sqrt{a^2} \times \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{25a^2b^2} = -7ab$

⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a + b$

해설

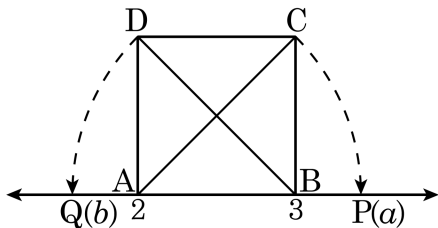
① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 3a \times (-6b) = -18ab$

② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}$

③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = |5b| - |4b| = -5b + 4b = -b$

⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a - b$

7. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q를 수직선 위에 잡았을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$

㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$

㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$

㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$

㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡ $Q(b) = 3 - \sqrt{2}$

㉢ $\overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$

㉣ $\overline{AB} = 1$

8. 다음 중 대소 비교를 올바르게 한 것은?

① $\sqrt{2} + 1 = 3$

② $\sqrt{2} < 1.4$

③ $1 > \sqrt{1}$

④ $\sqrt{15} < 14$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} < 2 + \sqrt{6}$

해설

① $\sqrt{2} + 1 < 3$

② $\sqrt{2} > 1.4$

③ $1 = \sqrt{1}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{6}$

9. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

① A

② B

③ C

④ $A = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$$

$$\therefore A > B$$

$$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$$

$$\therefore A < C$$

따라서 $B < A < C$ 이다.

10. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10}$ 가 0 이 되려면 a 는 b 의 몇 배이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$ 배

해설

$$\frac{\sqrt{a} \sqrt{5}}{\sqrt{5} \sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5a}}{5} = \frac{3\sqrt{b}}{10} \Rightarrow 2\sqrt{5a} = 3\sqrt{b}$$

$$\sqrt{5a \times 2 \times 2} = \sqrt{3 \times 3 \times b}$$

$$20a = 9b \Rightarrow a = \frac{9}{20}b$$

11. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{㉠} \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$$

12. $-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} = a\sqrt{2} + b\sqrt{5}$ 가 성립할 때, $2a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5}$$

$$= (-3 + 5)\sqrt{2} + \frac{-11 + 3}{4}\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$a = 2, b = -2 \text{ 이므로 } 2a + b = 2$$

13. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

① $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

② $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

③ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$

④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$

⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉡}} \quad & \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉤}} \quad & \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\ &= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{31.2}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

① 5.831

② 5.586

③ 5.495

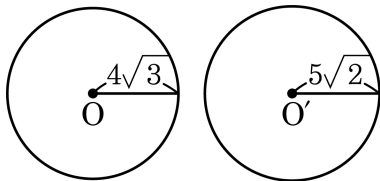
④ 5.675

⑤ 5.404

해설

$$\sqrt{31.2} = 5.586$$

15. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $4\sqrt{2}\text{ cm}$

② $5\sqrt{2}\text{ cm}$

③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$

④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$

⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

17. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

18. $5x + y = 15$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

19. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2 + 3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(72) - f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2} - 3$

해설

$\sqrt{72} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{72} - 8 = 6\sqrt{2} - 8$ 이다.

$\sqrt{32} = 5. \dots$ 이므로 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{32} - 5 = 4\sqrt{2} - 5$ 이다.

$f(72) - f(32) = (6\sqrt{2} - 8) - (4\sqrt{2} - 5) = 2\sqrt{2} - 3$ 이다.

21. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x + 3 < 2(x + 1) , x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1-x \\ &= -x-1+1-x \\ &= -2x\end{aligned}$$

22. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2 + 15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2 + 15 = 2b$ 이므로 $2b - a^2 = 15$

이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로

$$\therefore (a, b) = (1, 8)$$

$$\therefore a + b = 9$$

23. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{196}(=14) &< \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15) \text{ 이므로} \\ f(220) &= (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14 \\ \sqrt{144} &= \sqrt{(12)^2} = 12 \text{ 이므로} \\ f(144) &= (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11 \\ \therefore f(220) - f(144) &= 14 - 11 = 3\end{aligned}$$

24. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \quad \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \quad \text{에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{ab}} \right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$

25. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$