

1. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 2 \\&= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\&= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$A = 2, B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

2. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 2 \\&= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\&= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$A = 2$, $B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

3. 이차함수 $y = (x+a)(2x+1)$ 의 그래프가 한 점 $(-1, -1)$ 을 지날 때, 이 함수의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}\right)$

해설

$y = (x+a)(2x+1)$ 의 그래프가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로
 $-1 = (-1+a)(-2+1), a = 2$

$$\begin{aligned}\therefore y &= (x+2)(2x+1) \\ &= 2x^2 + 5x + 2 \\ &= 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}\right) + 2 \\ &= 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8} + 2 \\ &= 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}\end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

5. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p + q$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 1

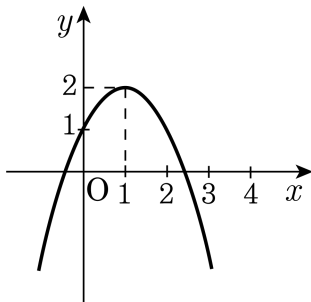
④ 3

⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

6. 아래 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



① $y = -x^2 + 1$

② $y = -x^2 + 2$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동했으므로 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

8. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

9. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

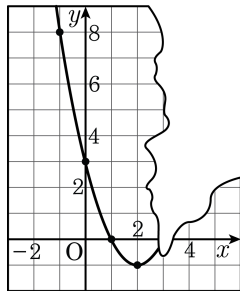
▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

10. 다음 그림은 어떤 이차함수의 그래프의 일부분이 찢겨져 나간 것이다. 이 이차함수의 그래프가 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

주어진 이차함수의 그래프는 $x = 2$ 를 대칭축으로 갖는다. 따라서 $x = 5$ 와 $x = -1$ 일 때의 y 의 값이 같으므로 $a = 8$ 이다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2, 3 사분면

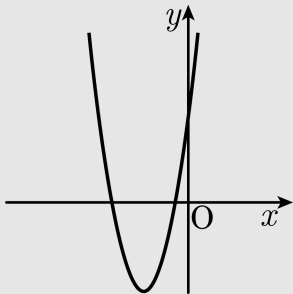
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x + 2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를
그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

⑤ $0 < a < 3$

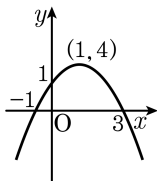
해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표가 } (a, -a + 3)$$

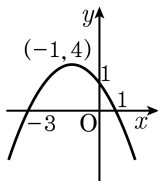
$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프는?

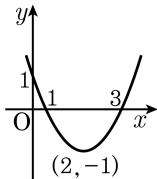
①



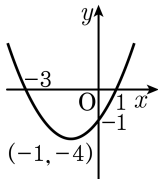
②



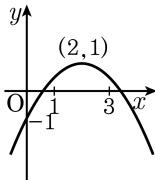
③



④



⑤



해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : $(2, 1)$, y 축과의 교점 : $(0, -1)$ ($\because x = 0$ 대입,
 $y = -1$)

14. 이차함수 $y = x^2 - 12x + 27$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = x^2 - 12x + 27$ 의 x 축과의 교점은

$x^2 - 12x + 27 = 0$ 의 근과 같다.

$$(x - 3)(x - 9) = 0 ,$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 9 ,$$

따라서, $\overline{AB} = 6$,

$$y = x^2 - 12x + 27 = (x - 6)^2 - 9 ,$$

꼭짓점 $C(6, -9)$,

$$\triangle ABC = 6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$$

15. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

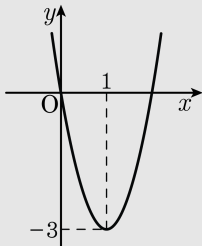
③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= 3(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이고 y 절편은 0이다.

16. 이차함수 $y = 2(x + 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

17. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

18. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

19. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

$y = f(x)$ 가 x 축과 만나지 않는다. $\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 해가 없다.

$$D/4 = (-2)^2 - 2 \times a < 0$$

$$\therefore a > 2$$

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = 6x - 14$

② $y = 2x + 4$

③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 2$

⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 $(2, 6)$,

$x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

y 축과의 교점은 $(0, 4)$

두 점 $(2, 6)$, $(0, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{6-4}{2-0} = 1,$$

y 절편은 4

따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

21. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

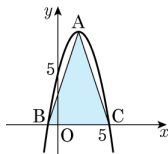
④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

22. 이차함수 $y = -x^2 + ax - b$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축, y 축과 만나는 점이 각각 5 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.(단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 와 C 는 그래프가 x 축과 만나는 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

y 절편이 5 이므로 $b = -5$

$y = -x^2 + ax + 5$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면

$$a = 4$$

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

$y = 0$ 을 대입하면 $-x^2 + 4x + 5 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

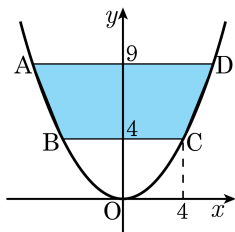
$x = 5$ 또는 $x = -1$ 이므로 $B(-1, 0)$, $C(5, 0)$

$y = -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5 = -(x - 2)^2 + 9$ 이므로

$A(2, 9)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

23. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C (4, 4) 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

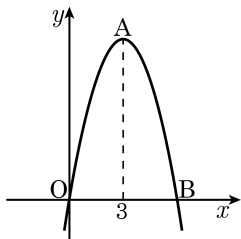
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

24. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
 $b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6, 0)$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + q$ 에서 점 $(6, 0)$ 을 지나므로

$0 = -(6 - 3)^2 + q$, $q = 9$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$

$b = 6$, $c = 0 \therefore b - c = 6$