1. 하나의 직선 위에 n 개의 점이 있다. 이 점으로 만들 수 있는 서로 다른 선분의 개수를 a , 서로 다른 반직선의 개수를 b , 서로 다른 직선의 개수를 c 라 할 때, $\dfrac{a(c+3)}{b}$ 을 n 을 사용한 식으로 나타내어라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** n

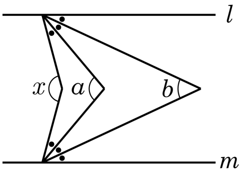
해설

하나의 직선 위에 있는 n 개의 점으로 만들 수 있는 직선은 1 개 밖에 없으므로 $c=1$,

또 선분의 개수는 $\dfrac{n(n-1)}{2}$ (개) 이고, 반직선의 개수는 $2(n-1)$ (개) 이므로

$\dfrac{a(c+3)}{b}=\dfrac{n(n-1)\times(1+3)}{2\times 2(n-1)}=n$ 이다.

2. 다음 그림에서 직선 l 과 m 이 평행할 때 $\angle a + \angle b$ 를 x 를 사용한 식으로 나타내어라. (단, 꺾이는 세 점은 직선 l 에 평행하는 한 직선 위에 있다.)

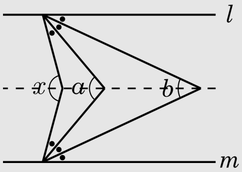


▶ 답 :

▷ 정답 : x

해설

그림과 같이 꺾인 점에서 두 직선 l, m 과 평행한 직선을 긋고,



$\bullet = p$, $\times = q$ 라 하면 평행선에서 엇각의 크기는 서로 같으므로

$p + q = \angle b$

$\angle a = 2p + 2q = 2(p + q) = 2\angle b$

$\angle x = 3p + 3q = 3(p + q) = 3\angle b$

$\therefore\ \angle a + \angle b = 3\angle b = x$

3. 다음 중에서 참이 되는 문장을 모두 고르면?(단, 일치하는 경우는 생각하지 않는다.)

① 한 평면에 평행한 두 직선은 평행이다.

② 한 평면에 평행한 두 평면은 평행이다.

③ 한 직선에 평행인 두 평면은 평행이다.

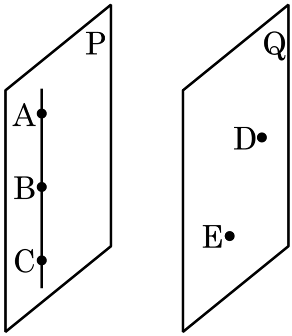
④ 한 직선에 수직인 두 직선은 평행이다.

⑤ 한 직선에 수직인 두 평면은 평행이다.

해설

① 만날 수도 있다.
③ 만날 수도 있다.
④ 만날 수도, 꼬인 위치일 수도 있다.

4. 다음 그림과 같이 점 A, B, C는 평면 P 위에 있고, 점 D, E는 평면 Q 위에 있다. P 위의 세 점 A, B, C는 한 직선 위에 있고, 그 이외에 직선들은 한 직선 위에 있지 않다고 한다. 이 때, 세 점으로 결정할 수 있는 서로 다른 평면의 개수를 구하여라.



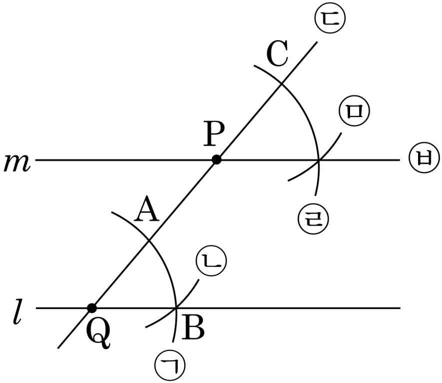
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

모든 점은 P, Q 위에 있으므로
① 평면 P에서만 점 3개를 택하는 경우
② 평면 P에서 2 개, 평면 Q에서 1개를 택하는 경우
③ 평면 P에서 1개, 평면 Q에서 2개를 택하는 경우
①의 경우 세 점은 한 직선에 위치하므로 평면을 만들 수 없다.
② 의 경 우 에 만 들 수 있 는 경 우 는 (ABD, ABE, ACD, ACE, BCD, BCE) 의 경우이다. 하지만 평면 P의 세 점은 한 직선상에 있으므로 어떤 것을 2개 선택해도 같은 직선이 나온다. 그러므로 (ABD, ACD, BCD)는 같은 평면이고, (ABE, ACE, BCE)는 같은 평면이다. 그러므로 ②의 경우는 2개이다.
③의 경우에는 (ADE, BDE, CDE)로 세 개의 평면을 만들 수 있다.
$\therefore\ 0+2+3=5$(개)

5. 다음 그림은 직선 l 밖의 한 점 P 를 지나 직선 l 에 평행한 직선 m 을 작도하는 방법을 나타낸 것이다. 순서가 바르게 된 것은?

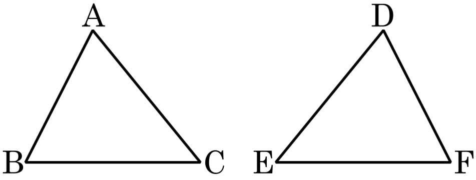


① ㄷ → ㄱ → ㄹ → ㄴ → ㅁ → ㅂ
② ㄷ → ㄱ → ㄴ → ㅁ → ㄹ → ㅂ
③ ㄷ → ㄱ → ㄹ → ㄴ → ㅂ → ㅁ
④ ㅂ → ㄴ → ㄱ → ㅁ → ㄹ → ㄷ
⑤ ㅂ → ㄴ → ㄷ → ㄹ → ㅁ → ㅂ

해설

① ㄷ → ㄱ → ㄹ → ㄴ → ㅁ → ㅂ의 순서로 작도하면 된다.

6. 다음 그림에서 $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$ 이다. 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 없는 것을 모두 고르면?



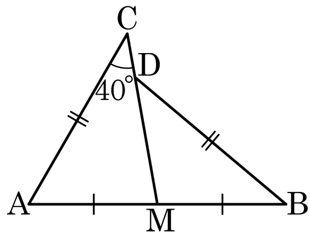
① $\angle B = \angle E$　　② $\overline{BC} = \overline{FE}$　　③ $\overline{AC} = \overline{DE}$

④ $\angle A = \angle D$　　⑤ $\overline{AB} = \overline{DF}$

해설

두 삼각형이 합동이 될 조건은 두 각의 크기가 같으므로 그 두 각을 양 끝 각으로 하는 대응변의 길이가 같으면 된다.
이때 두 각의 크기가 같은 삼각형은 나머지 한 각의 크기도 같으므로 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 있는 것은 ②, ③, ⑤ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이고, 점 M 은 선분 AB 의 중점이다. $\angle ACM = 40°$ 일 때, $\angle BDM$ 의 크기를 구하여라.

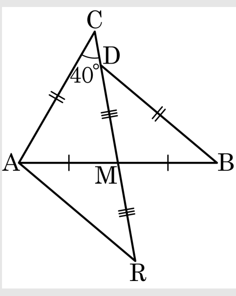


▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 40 °

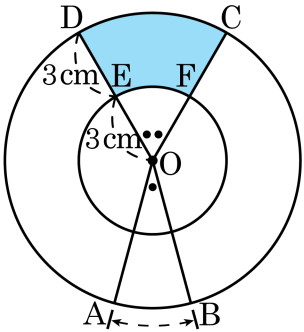
해설

다음 그림과 같이 $\overline{DM}$ 의 연장선 위에 점 R를 $\overline{MR} = \overline{MD}$ 가 되도록 잡는다.



삼각형 AMR 과 삼각형 BMD 에서
$\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{MR} = \overline{MD}$,
$\angle AMR = \angle BMD$ (맞꼭지각) 이므로
삼각형 AMR와 삼각형 BMD 는 SAS 합동이다.
$\therefore \overline{AR} = \overline{BD} = \overline{AC}$
즉, 삼각형 ACR는 이등변삼각형이므로
$\angle ACR = \angle ARC$
그런데 $\angle ARM = \angle BDM$ 이므로
$\angle BDM = \angle ACM = 40°$

8. 다음 그림과 같이 중심이 일치하는 두 원에서 $\angle COD = 2\angle AOB$, $\overline{OE} = \overline{DE} = 3\text{cm}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 2\pi\,\text{cm}$ 일 때, 색칠한 도형의 둘레의 길이는?



① $(6+6\pi)\text{cm}$ ② $(6+8\pi)\text{cm}$ ③ $(6+10\pi)\text{cm}$

④ $(6+12\pi)\text{cm}$ ⑤ $(6+13\pi)\text{cm}$

해설

$\angle AOB = x$ 라 하면

$2\pi \times 6 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi(\text{ cm})$

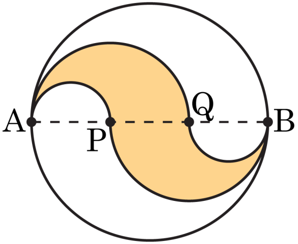
$\therefore\ x = 60°,\ \angle DOC = 120°$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{EF} = 2\pi \times 3 \times \dfrac{120°}{360°} = 2\pi(cm)$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD} = 2\pi \times 6 \times \dfrac{120\,°}{360\,°} = 4\pi(\text{ cm})$

(둘레의길이) $= 2\pi + 4\pi + 3 \times 2 = 6\pi + 6(\text{ cm})$

9. 다음 그림과 같이 지름이 12cm 인 원에서 점 P, Q 가 지금 AB 의 삼등분점일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

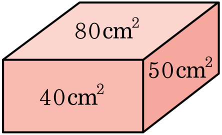


① $10\pi\text{cm}^2$　② $11\pi\text{cm}^2$　③ $12\pi\text{cm}^2$
④ $13\pi\text{cm}^2$　⑤ $14\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{AQ} = \overline{PB}$, $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는
$\overline{AQ}$ 를 지름으로 하는 원에서 $\overline{AP}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 세 면의 넓이가 각각 $80\,\mathrm{cm}^2$, $40\,\mathrm{cm}^2$, $50\,\mathrm{cm}^2$ 인 직육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $400\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

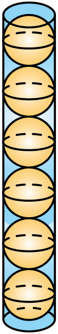
밑면의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b , 높이를 c 라고 하면

$ab = 80 \cdots ①,\ bc = 50 \cdots ②,\ ca = 40 \cdots ③$

$① \times ② \times ③$ 을 하면 $(abc)^2 = 160000,\ abc = 400$ 이다.

$\therefore$ $(\text{부피}) = abc = 400(\mathrm{cm}^3)$

11. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원기둥에 물을 가득 채운 후, 공 6 개를 넣었더니 꼭 맞게 들어갔다. 흘러넘친 물의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^3}$

▷ 정답 : $216\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

흘러넘친 물의 부피는 공 6 개의 부피와 같다.

$\therefore$ (흘러넘친 물의 부피) $= 6 \times \left(\dfrac{4}{3}\pi \times 3^3\right) = 216\pi(\text{cm}^3)$

12. 다음은 어떤 학급의 쪽지시험 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 세 문제를 다 틀린 학생과 다 맞힌 학생이 없다고 할 때, 세 문제는 몇 점짜리 문제로 이루어져 있는지 구하여라.

성적(점)	도수(명)
3	3
4	6
5	6
7	11
8	8
9	6
합계	40

▶ 답: 점

▶ 답: 점

▶ 답: 점

▷ 정답: 3 점

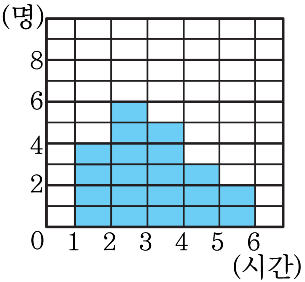
▷ 정답: 4 점

▷ 정답: 5 점

해설

세 문제의 배점을 x, y, z 라고 두면
나올 수 있는 점수는, 0 점, x 점, y 점, z 점, $(x+y)$ 점, $(y+z)$ 점, $(z+x)$ 점, $(x+y+z)$ 점이다.
다 틀리거나 다 맞힌 학생이 없으므로,
x 점, y 점, z 점, $(x+y)$ 점, $(y+z)$ 점, $(z+x)$ 점만 도수분포표에 있다.
따라서, 3 점, 4 점, 5 점짜리 문제로 이루어져 있다.

13. 다음 그림은 영훈이네 반 학생들의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 운동을 많이 한 쪽에서 25% 이내에 들려면 최소 몇 시간 이상 동안 운동을 하여야 하는지 구하여라.



▶ 답 : ______ 시간

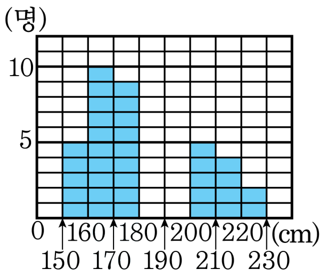
▷ 정답 : 4 시간

해설

전체도수 : $4+6+5+3+2=20$, 운동을 많이 한 25% 이내의 학생 수 : $20 \times 0.25 = 5$(명)

따라서 운동을 5 번째로 많이 한 학생이 속한 계급은 4 시간 이상 5 시간 미만이다.

14. 다음은 전체 50 명의 학생들의 멀리뛰기 기록을 히스토그램으로 나타낸 것인데 실수로 180cm 와 200cm 사이의 기록이 지워졌다. 180cm 이상 190cm 미만인 계급과 190cm 이상 200cm 미만인 계급의 직사각형의 비가 1 : 2 일 때 190cm 이상 200cm 미만인 계급의 도수를 구하여라.



▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 10 명

해설

180cm 이상 200cm 미만인 계급의 학생 수는 $50-(5+10+9+5+4+2)=15$ (명)이다.

180cm 이상 190cm 미만인 계급의 도수를 x , 190cm 이상 200cm 미만인 계급의 도수를 y 라고 할 때,

$x+y=15\cdots$ ①

직사각형의 넓이의 비는 도수의 비와 같으므로

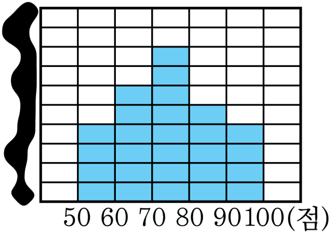
$x:y=1:2,\ y=2x\cdots$ ②

①에 ②를 대입하면

$x=5,\ y=10$

따라서 180cm 이상 190cm 미만인 계급의 도수는 5 , 190cm 이상 200cm 미만인 계급의 도수는 10 명이다.

15. 다음은 어느 학급의 국어 성적을 나타낸 히스토그램인데 세로축의 도수가 지워졌다. 계급값이 95 인 계급의 직사각형 넓이가 80 이라면, 계급값이 65 인 계급의 학생 수는 몇 명인지 구하여라.



▶ 답 : 명

▷ 정답 : 12 명

해설

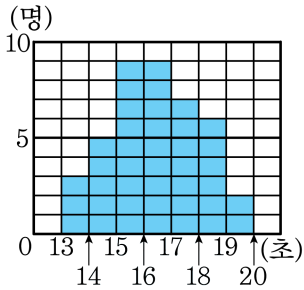
(직사각형 넓이) = (계급의크기) × (계급의도수)

80 = 10 × (계급값이 95인 계급의 도수)

계급값이 95 인 계급의 도수는 8 이므로, 사각형 한 칸당 2 명인 것을 알 수 있다.

따라서 계급값이 65 인 계급의 학생 수는 12 명이다.

16. 다음은 어느 학급의 100m 달리기 기록을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 그런데 어떤 한 도수값을 잘못 기록하여 한 계급의 도수값이 1 커졌다고 한다. 16 초 미만으로 100m 를 달린 학생은 최소 전체의 몇 퍼센트인지 구하여라.



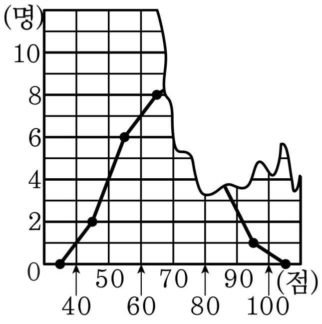
▶ 답: %

▷ 정답: 40 %

해설

그림에서 나타나 있는 학생 수가 41 명이므로 실제 학생 수는 40 명이다.
그림에서 나타난 16 초 미만으로 달린 학생의 수는 17 명이고, 이 중 한 명이 잘못 더해졌을 수 있으므로 16 초 미만으로 달린 학생은 최소 16 명이다.
∴ 40 %

17. 다음은 어느 반 학생 30 명의 체육 성적을 조사하여 나타낸 도수분포다각형인데 일부가 찢어져서 보이지 않는다. 이 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 도형에서 도수분포다각형의 가장 높은 꼭짓점에서 가로축에 수선을 내렸을 때, 왼쪽 도형과 오른쪽 도형의 차가 110 이었다. 체육 성적이 70 점 이상 80 점 미만인 학생 수를 구하여라.



▶ 답 : 명

▷ 정답 : 9 명

해설

$70 \sim 80$ 인 계급의 도수를 x 라고 하면 $80 \sim 90$ 인 계급이 도수는 $30-(2+6+8+x+1)=13-x$ 이다. $(x>0)$

$70 \sim 80$ 인 계급이 가장 높은 꼭짓점일 때,

왼쪽 도형의 넓이는

$10 \times \left(2+6+8+\frac{x}{2}\right)=160+5x,$

오른쪽 도형의 넓이는

$10 \times \left(\frac{x}{2}+13-x+1\right)=-5x+140,$

따라서

$|160+5x-(-5x+140)|=110$

$|10x+20|=110$

$x=9$ 또는 $x=-13$

$\therefore\ x=9$

$80 \sim 90$ 인 계급이 가장 높은 꼭짓점일 때,

왼쪽 도형의 넓이는

$10 \times \left(2+6+8+x+\frac{13-x}{2}\right)=225+5x$

오른쪽 도형의 넓이는

$10 \times \left(\frac{13-x}{2}+1\right)=-5x+75$

따라서

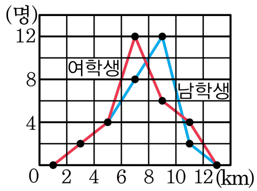
$|225+5x-(-5x+75)|=110$

$|10x+150|=110$

$x=-4$ 또는 $x=-26$ $(\because\ x>0)$

따라서 체육 성적이 70 점 이상 80 점 미만인 학생 수는 9 명이다.

18. 다음 그림은 어느 반 남학생과 여학생들의 통학 거리를 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.



보기

㉠ 남학생과 여학생 도수가 가장 큰 계급의 계급값은 각각 9km, 7km 이다.
㉡ 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.
㉢ 남학생의 수가 여학생의 수보다 많다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ 남학생의 그래프 중에 도수가 가장 큰 계급은 8km 이상 10km 미만이므로, 계급값은 9km 이다.
여학생의 그래프 중에 도수가 가장 큰 계급은 6km 이상 8km 미만이므로, 계급값은 7km 이다.
㉡ (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이) = (히스토그램의 각 직사각형의 넓이의 합)
남학생 그래프의 계급의 크기 2km,
(도수의 총합) $= 2+4+8+12+2 = 28$ (명) 이므로, 넓이는 56 이다.
여학생 그래프의 계급의 크기 2km,
(도수의 총합) $= 2+4+12+6+4 = 28$ (명) 이므로, 넓이는 56 이다.
각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.
㉢ (남학생 수) $= 2+4+8+12+2 = 28$ (명),
(여학생 수) $= 2+4+12+6+4 = 28$ (명) 으로 서로 같다.

19. 다음 표는 수영이네 반 학생들의 한 달 평균 휴대전화 통화량을 조사한 것이다. $a + 100b - 200c$ 의 값을 구하여라.

통화량(분)	도수(명)	상대도수
$0^{\text{이상}} \sim 30^{\text{미만}}$		0.1
$30^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	9	b
$60^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$		c
$90^{\text{이상}} \sim 120^{\text{미만}}$	15	0.3
$120^{\text{이상}} \sim 150^{\text{미만}}$		0.2
합계	a	

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

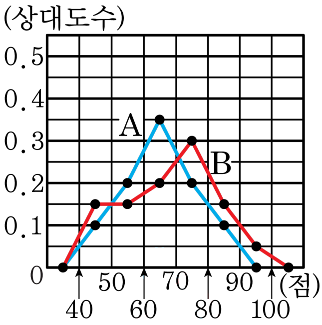
$$a = \frac{15}{0.3} = 50$$

$$b = \frac{9}{50} = 0.18$$

$$c = 1 - (0.1 + 0.18 + 0.3 + 0.2) = 1 - 0.78 = 0.22$$

$$\therefore\ a + 100b - 200c = 50 + 100 \times 0.18 - 200 \times 0.22 = 24$$

20. 다음 그림의 A 지역 학생들과 B 지역 학생들의 수학 경시대회 성적을 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. B 지역에서 상위 20 % 이내에 들었던 학생이 만약 A 지역에서 시험을 치렀다면 최소 상위 몇 % 이내의 학생이 되는지 구하여라.



▶ 답 : ______ %

▷ 정답 : 10 %

해설

B 지역에서 상위 20 % 이내에 들려면 $0.05 + 0.15 = 0.2$ 이므로 80 점 이상만 받으면 20 % 내에 들수 있다.
80 점 이상은 A 지역에서는 상대도수 0.1 에 해당 하므로 최소 상위 10 % 이내의 학생이 될 수 있다.