1. $(-1)^n + (-1)^{n+1}$ 의 값은? (n은 자연수)

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

$n = 2k$: $(-1)^n + (-1)^{n+1}$
$= (-1)^{2k} + (-1)^{2k+1}$
$= 0$
$n = 2k - 1$: $(-1)^n + (-1)^{n+1}$
$= (-1)^{2k-1} + (-1)^{2k}$
$= 0$

해설

n = 홀수일때, $n + 1$ = 짝수,
$(-1)^n + (-1)^{n+1} = -1 + 1 = 0$
n = 짝수일때, $n + 1$ = 홀수,
$(-1)^n + (-1)^{n+1} = 1 + (-1) = 0$

2. 등식 $3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$가 x에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$

$=ax^2+(-2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ -2a+b=5,\ a+b+c=0$

$\therefore\ a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x=0$을 대입하면

$0=a+b+c\cdots$㉠

양변에 $x=1$을 대입하면

$8=2b+c\cdots$㉡

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-2=4a+c\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -x^2 + 1$
② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$
③ $y = -2(x-1)^2$
④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$
⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-2x+1>0 \\ 2x^2-9x-18\le 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$\begin{cases} x^2-2x+1>0 & \cdots (가) \\ 2x^2-9x-18\le 0 & \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x-1)^2>0$

$\therefore x\neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6)\le 0$

$\therefore -\frac{3}{2}\le x\le 6$

따라서 공통 범위를 구하면

$-\frac{3}{2}\le x\le 6, x\neq 1$

이 범위를 만족하는 정수는

$-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 이다.

5. 두 점 A$(-1,\ 5)$, B$(3,\ -3)$을 지나는 직선의 x절편은 (　　)이고, y 절편은 (　　)이다. 위의 (　　)안에 알맞는 값을 모두 더하면?

① $\frac{9}{2}$　② 4　③ $\frac{7}{2}$　④ 3　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

두 점 A$(-1,\ 5)$, B$(3,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{-3-5}{3-(-1)}(x+1)+5=-2x+3$

따라서, 직선 $y=-2x+3$ 의 x 절편과 y 절편을 각각 구하면,

$y=0$ 일 때 $x=\frac{3}{2}$,

$x=0$ 일 때 $y=3$

따라서, (　　)안에 알맞는 값을 모두 더하면

$\therefore\ \frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}$

6. 점 $(-5, -2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

해설

$(-5, \ -2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
$\therefore x = -5$

7. 직선 $(1+k)x+(k-1)y=2k$에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k=0$일 때, 직선 $y=x$와 일치한다.

㉡ $k\neq 0$일 때, 직선 $y=-x+2$와 일치한다.

㉢ k의 값에 관계없이 정점 $(1,\ 1)$을 지난다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k=0$이면 주어진 직선은 $x-y=0$으로
$y=x$와 일치한다.
㉡ $k\neq 1$이면 주어진 직선은
$y=-\dfrac{k+1}{k-1}x+\dfrac{2k}{k-1}$이므로 $k\neq 0$일 때
$y=-x+2$와 일치한다고 할 수 없다.
㉢ 주어진 식을 k에 관하여 정리하면
$(x+y-2)k+(x-y)=0$
$x+y-2=0$,
$x-y=0$이면 k값에 관계없이
주어진 식이 성립한다.
즉 k 값에 관계없이 $(1,\ 1)$을 지난다.

8. 점 $(2,\ -3)$과 직선 $3x-4y+1=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{19}{5}$ ② $\frac{14}{5}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore\ d=\frac{|\,3\cdot 2-4\cdot(-3)+1\,|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{19}{5}$$

9. 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1,\ 2)$ 에서의 접선의 방정식은?

① $x+y=3$　② $2x-y=0$　③ $x-2y=-3$

④ $2x+y=4$　⑤ $x+2y=5$

해설

원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1,\ 2)$ 에서의 접선의 방정식은

$1\cdot x+2\cdot y=5$

$\therefore\ x+2y=5$

10. $z = \dfrac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1 + i$$

$$\therefore\ 2z^2 - 4z - 1 = 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1$$
$$= 4i - 4 - 4i - 1$$
$$= -5$$

해설

$z = 1 + i, z - 1 = i$
양변을 제곱하고 정리하면
$z^2 - 2z = -2$
$2z^2 - 4z - 1$
$= 2(z^2 - 2)z - 1$
$= -4 - 1 = -5$

11. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3+3x^2-x-3=0,\ x^3+2x^2-x-2=0,$$
$$x^3-4x^2+5x-2=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3)=0$
$\therefore\ x=1,\ -1,\ -3$
제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2)=0$
$\therefore\ x=1,\ -1,\ -2$
제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2)=0$
$\therefore\ 1,\ 2$
∴공통근 : $x=1$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$ ② $(\sqrt{2}+1, \sqrt{2})$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 & \cdots ㉠ \\ x - y = 1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 $y = x - 1$로 변형하여

㉠에 대입하면

$x^2 - (x-1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$

$2x = 3$

$\therefore\ x = \frac{3}{2},\ y = \frac{1}{2}$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \le 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

$3x-6 > 5x+2$, $x < -4$ 이고 $-2x-14 \le 3x+21$, $5x \ge -35$, $x \ge -7$ 이므로 $-7 \le x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

14. 연립부등식 $4x-3<-6(1-x)<7x-2$ 의 해 중 가장 작은 정수를 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ −1

해설

$$\begin{cases} 4x-3<-6(1-x) \\ -6(1-x)<7x-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>\frac{3}{2} \\ x>-4 \end{cases}$$

연립부등식의 해가 $x>\frac{3}{2}$ 이므로 가장 작은 정수는 2이다.

15. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x)+500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x)+500x \\ 200(9-x)+500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \frac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

16. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$에서 $(x+2)(x-2) < 0$
$\therefore -2 < x < 2 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2 - 4x < 5$에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$
$(x+1)(x-5) < 0$
$\therefore -1 < x < 5 \cdots\cdots$ ㉡
따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore -1 < x < 2$

17. 두 점 A(1, -3), B(3, 7)에 대하여 $\overline{AB}$를 2 : 3으로 내분하는 점 P(a, b)와 2: 3으로 외분하는 점 Q(c, d)에 대하여 $a+b+c+d$의 값은?

① $-\frac{134}{5}$ ② $-\frac{116}{5}$ ③ $\frac{134}{5}$ ④ $\frac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$\mathrm{P}(a, b) = \left(\frac{2\times3+3\times1}{2+3}, \frac{2\times7+3\times(-3)}{2+3}\right)$$
$$= \left(\frac{9}{5}, 1\right)$$
$$\mathrm{Q}(c, d) = \left(\frac{2\times3-3\times1}{2-3}, \frac{2\times7-3\times(-3)}{2-3}\right)$$
$$= (-3, -23)$$
$$\therefore a+b+c+d = \frac{9}{5}+1-3-23 = -\frac{116}{5}$$

18. 좌표평면 위의 점 A$(3,-2)$, B$(4,5)$, C$(-1,3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x,y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2},\frac{-2+3}{2}\right)=\left(\frac{4+x}{2},\frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x=-2,\ y=-4$
따라서 점 D의 좌표는 $(-2,-4)$

19. $(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+2)$일 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

x^2-x를 X로 치환하면

$(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$

$=(X+1)(X-3)-5$

$=X^2-2X-3-5$

$=X^2-2X-8$

$=(X-4)(X+2)$

$=(x^2-x-4)(x^2-x+2)$

따라서, $a=-1$, $b=-4$, $c=-1$이므로

$a+b+c=-1-4-1=-6$

20. 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{x^2+2x+3}$ 의 함수값 중 가장 작은 정수를 m, 가장 큰 정수를 M 이라 할 때, $m+M$ 의 값은?

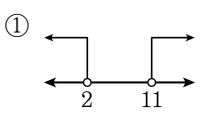
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

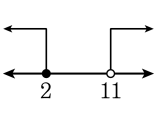
해설

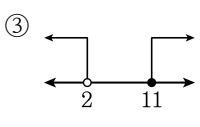
$\dfrac{2x^2-4x+1}{x^2+2x+3}=y$ 라 놓고,
양변에 x^2+2x+3 을 곱하면
$2x^2-4x+1=y(x^2+2x+3)$
$(y-2)x^2+2(y+2)x+3y-1=0$
x 가 실수이므로
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
$\dfrac{D}{4}=(y+2)^2-(y-2)(3y-1)\geq 0$
$2y^2-11y-2\leq 0$
$\therefore \dfrac{11-\sqrt{137}}{4}\leq y\leq \dfrac{11+\sqrt{137}}{4}$
$11<\sqrt{137}<12$ 이므로
$-0.\times\times\times\leq y\leq 5.\times\times\times$
따라서 $m=0, M=5$ 이므로 $m+M=5$

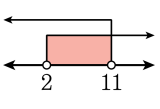
21. 다음 연립부등식의 해를 수직선으로 바르게 나타낸 것은?

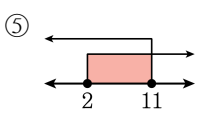
$$\begin{cases} 0.2x + 0.1 > 0.5 \\ \dfrac{x+5}{2} > x - 3 \end{cases}$$

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$0.2x + 0.1 > 0.5$ 의 양변에 10을 곱하면
$2x + 1 > 5$
$x > 2$
$\dfrac{x+5}{2} > x - 3$ 의 양변에 2를 곱하면
$x + 5 > 2x - 6$
$x < 11$
$\therefore\ 2 < x < 11$

22. 부등식 $\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right| \le 1$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하면?

① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$-1 \le \frac{1}{2}-\frac{1}{3}x \le 1$

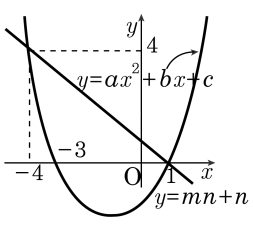
$-6 \le 3-2x \le 6$

$-9 \le -2x \le 3$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le \frac{9}{2}$

그런데 x는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

23. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$과 이차함수$y = ax^2 + bx + c$의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉮ 연립방정식 $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$ 의 해는 $x = -4,\ y = 4$와 $x = 1,\ y = 0$ 이다.

㉯ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$이다.

㉰ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$의 해는 $-4 \leq x \leq 1$이다.

㉱ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$에서 $a = 1$이다.

㉲ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉮ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)
㉰ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$
㉱, ㉲ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의
방정식을 구하면

$y = (\frac{4-0}{-4-1})(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$
연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면
$ax^2 + (b + \frac{4}{5})x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1)$
$= ax^2 + 3ax - 4a$
$\Rightarrow \quad b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$
그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로
$9a - 3b + c = 0$
위의 세 식을 연립하면 $a = \frac{4}{5}$
$\therefore$ ㉮, ㉯, ㉰, ㉲ : 참

24. 좌표평면 위에 원 $(x+1)^2+(y-3)^2=9$ 가 있다. 이 원에 접하는 접선들 중에서 서로 수직이 되는 두 직선의 교점을 P 라 할 때, 점 P 의 자취의 길이를 구하면?

① 4π ② $5\sqrt{2}\pi$ ③ $6\sqrt{2}\pi$ ④ $7\sqrt{3}\pi$ ⑤ 8π

해설

원 $(x+1)^2+(y-3)^2=9$ 에 접하는
접선들 중에서 서로 수직이 되는 두 직선의 교점은
원의 중심으로부터의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 자취는 $6\sqrt{2}\pi$

25. $x+y+z=4,\ xy+yz+zx=1,\ xyz=2$ 일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16 ② 8 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 을
$xy+yz+zx=1$ 을 이용하여 변형하면
$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$
$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$
$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$
$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$
$=1-1+2\cdot4-4$
$=4$
※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.
$(x-a)(x-b)(x-c)$
$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$