

1. $(-1)^n + (-1)^{n+1}$ 의 값은? (n 은 자연수)

① 0

② -1

③ 1

④ -2

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} n = 2k : & (-1)^n + (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{2k} + (-1)^{2k+1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 2k - 1 : & (-1)^n + (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{2k-1} + (-1)^{2k} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} n = \text{홀수일때, } n + 1 = \text{짝수,} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} &= -1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = \text{짝수일때, } n + 1 = \text{홀수,} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} &= 1 + (-1) = 0 \end{aligned}$$

2. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{㉡}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \leq 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 6, x \neq 1$$

이 범위를 만족하는 정수는
-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6이다.

5. 두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 x 절편은 ()이고, y 절편은 ()이다. 위의 ()안에 알맞는 값을 모두 더하면?

① $\frac{9}{2}$

② 4

③ $\frac{7}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-3-5}{3-(-1)}(x+1) + 5 = -2x + 3$$

따라서, 직선 $y = -2x + 3$ 의 x 절편과 y 절편을 각각 구하면,

$$y = 0 \text{ 일 때 } x = \frac{3}{2},$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = 3$$

따라서, ()안에 알맞는 값을 모두 더하면

$$\therefore \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$$

6. 점 $(-5, -2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$(-5, -2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로

$$\therefore x = -5$$

7. 직선 $(1+k)x + (k-1)y = 2k$ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k = 0$ 일 때, 직선 $y = x$ 와 일치한다.
 ㉡ $k \neq 0$ 일 때, 직선 $y = -x + 2$ 와 일치한다.
 ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k = 0$ 이면 주어진 직선은 $x - y = 0$ 으로 $y = x$ 와 일치한다.

㉡ $k \neq 1$ 이면 주어진 직선은

$$y = -\frac{k+1}{k-1}x + \frac{2k}{k-1} \text{ 이므로 } k \neq 0 \text{ 일 때}$$

$y = -x + 2$ 와 일치한다고 할 수 없다.

㉢ 주어진 식을 k 에 관하여 정리하면

$$(x + y - 2)k + (x - y) = 0$$

$$x + y - 2 = 0,$$

$x - y = 0$ 이면 k 값에 관계없이

주어진 식이 성립한다.

즉 k 값에 관계없이 $(1, 1)$ 을 지난다.

8. 점 $(2, -3)$ 과 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{19}{5}$

② $\frac{14}{5}$

③ $\frac{19}{4}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

9. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은?

① $x + y = 3$

② $2x - y = 0$

③ $x - 2y = -3$

④ $2x + y = 4$

⑤ $x + 2y = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5$$

$$\therefore x + 2y = 5$$

10. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ -3

④ 4

⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z) - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

11. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 : $x = 1$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \quad \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \leq 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x - 6 > 5x + 2$, $x < -4$ 이고 $-2x - 14 \leq 3x + 21$, $5x \geq -35$, $x \geq -7$ 이므로 $-7 \leq x < -4$ 이다.

따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

14. 연립부등식 $4x - 3 < -6(1 - x) < 7x - 2$ 의 해 중 가장 작은 정수를 구하면?

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$\begin{cases} 4x - 3 < -6(1 - x) \\ -6(1 - x) < 7x - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -4 \end{cases}$$

연립부등식의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이므로 가장 작은 정수는 2이다.

15. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

16. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

17. 두 점 $A(1, -3)$, $B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 $P(a, b)$ 와 2: 3으로 외분하는 점 $Q(c, d)$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

① $-\frac{134}{5}$

② $-\frac{116}{5}$

③ $\frac{134}{5}$

④ $\frac{116}{5}$

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right) \\ &= \left(\frac{9}{5}, 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(c, d) &= \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right) \\ &= (-3, -23) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23 = -\frac{116}{5}$$

18. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $ABCD$ 의 나머지 꼭짓점 D 의 좌표를 (x, y) 라 할 때 $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ $ABCD$ 는 평행사변형이므로

대각선 AC 의 중점과 대각선 BD 의 중점이 일치한다.

점 D 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\left(\frac{3 + (-1)}{2}, \frac{-2 + 3}{2} \right) = \left(\frac{4 + x}{2}, \frac{5 + y}{2} \right)$$

$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D 의 좌표는 $(-2, -4)$

19. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

①

-6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

20. 실수 x 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3}$ 의 함수값 중 가장 작은 정수를 m , 가장 큰 정수를 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3} = y \text{라 놓고,}$$

양변에 $x^2 + 2x + 3$ 을 곱하면

$$2x^2 - 4x + 1 = y(x^2 + 2x + 3)$$

$$(y - 2)x^2 + 2(y + 2)x + 3y - 1 = 0$$

x 가 실수이므로

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (y + 2)^2 - (y - 2)(3y - 1) \geq 0$$

$$2y^2 - 11y - 2 \leq 0$$

$$\therefore \frac{11 - \sqrt{137}}{4} \leq y \leq \frac{11 + \sqrt{137}}{4}$$

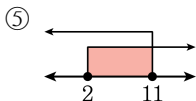
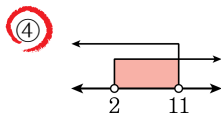
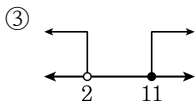
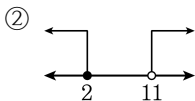
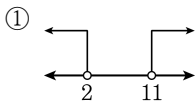
$$11 < \sqrt{137} < 12 \text{이므로}$$

$$-0. \times \times \times \leq y \leq 5. \times \times \times$$

따라서 $m = 0, M = 5$ 이므로 $m + M = 5$

21. 다음 연립부등식의 해를 수직선으로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 0.2x + 0.1 > 0.5 \\ \frac{x+5}{2} > x-3 \end{cases}$$



해설

$0.2x + 0.1 > 0.5$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x + 1 > 5$$

$$x > 2$$

$\frac{x+5}{2} > x-3$ 의 양변에 2를 곱하면

$$x + 5 > 2x - 6$$

$$x < 11$$

$$\therefore 2 < x < 11$$

22. 부등식 $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 13개

② 9개

③ 6개

④ 4개

⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

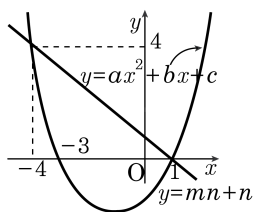
$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

23. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉠ 연립방정식

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases} \text{의 해는}$$

$x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.

㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.

㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.

㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.

㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1}\right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1) \\ = ax^2 + 3ax - 4a$$

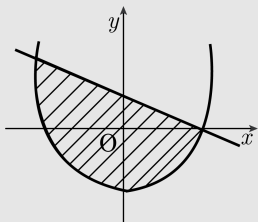
$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참



24. 좌표평면 위에 원 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$ 가 있다. 이 원에 접하는 접선들 중에서 서로 수직이 되는 두 직선의 교점을 P 라 할 때, 점 P 의 자취의 길이를 구하면?

① 4π

② $5\sqrt{2}\pi$

③ $6\sqrt{2}\pi$

④ $7\sqrt{3}\pi$

⑤ 8π

해설

원 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$ 에 접하는
접선들 중에서 서로 수직이 되는 두 직선의 교점은
원의 중심으로부터의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 자취는 $6\sqrt{2}\pi$

25. $x+y+z = 4$, $xy+yz+zx = 1$, $xyz = 2$ 일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16

② 8

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$ 을

$xy + yz + zx = 1$ 을 이용하여 변형하면

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$

$= (1 - zx)(1 - xy)(1 - yz)$

$= 1 - (xy + yz + zx) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) - (xyz)^2$

$= 1 - (xy + yz + zx) + xyz(x + y + z) - (xyz)^2$

$= 1 - 1 + 2 \cdot 4 - 4$

$= 4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x - a)(x - b)(x - c)$

$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$