

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다)

보기

- | | |
|--|--|
| ㉠ $a > b$ 이면 $ac > bc$ | ㉡ $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ |
| ㉢ $a > b$ 이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$ | ㉣ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ |

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣
④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉡, $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ (참)

㉢의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉣, $a > b$ 이고 $|a| < |b|$ 인 모든 실수 (거짓)

2. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} < \frac{-x-6}{4} \\ 2(3-x)+8 \geq 5x-7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

(i) $\frac{2x+1}{3} < \frac{-x-6}{4}$ 에서 $x < -2$

(ii) $2(3-x)+8 \geq 5x-7$ 에서 $x \leq 3$

$\therefore x < -2$

3. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

a 의 최솟값은 -1

4. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

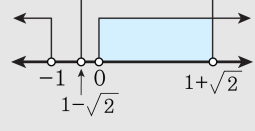
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x + 1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{㉡} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$

5. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$
 $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
①과 ②에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $a+b = 6$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ -15 ④ -12 ⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$
ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,
i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$
 $m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

7. A(-1, -1), B(5, -2), C(5, 5)를 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC의 중점 M과 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 차례로 구하면?

- ① (2, 2), (-1, 6) ② (1, 1), (-3, 4) ③ (1, 2), (-3, 4)
 ④ (3, 3), (-1, 6) ⑤ (1, 1), (2, 2)

해설

$$M = \left(\frac{-1+5}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = (2, 2)$$

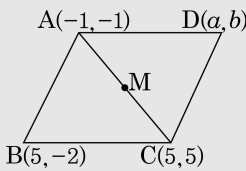
$\overline{BD}$ 의 중점은 $\overline{AC}$ 의 중점인 M과 같으
 므로

D(a, b)라고 하면

$$(2, 2) = \left(\frac{a+5}{2}, \frac{b-2}{2} \right)$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore D(-1, 6)$$



8. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진
순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,
 $M + 2m$ 의 값을 구하면?

- ① -9 ② -13 ③ -18 ④ -22 ⑤ -26

해설

$1 < x + 5y < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면
 $-10 < -2x - 10y < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$
그러므로, $-\frac{1}{3} < y < 4$
그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$
이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면
 $(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$
따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,
최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.
 $\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$

9. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x+y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]
 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=(㉠)$ 이 된다.
 $-1 < 2x+y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y=(㉠)$ 을 대입하면 $-1 < -x-1 < 1$ 이 된다.
부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.
 x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=(㉢)$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x-1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x+2y)+1=-x+3y$$

$$2x+4y+1=-x+3y$$

$$4y-3y=-x-2x-1$$

$$y=-3x-1$$

$-1 < 2x+y < 1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x+(-3x-1) < 1$$

$$-1 < -x-1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 2x-2 \\ 2ax-2b \geq bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -3$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ 5

해설

$$5x+7 \leq 2x-2, 3x \leq -9, x \leq -3 \cdots \textcircled{1}$$

$$2ax-2b \geq bx+4a, (2a-b)x \geq 4a+2b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통되는 부분이 $x \leq -3$ 이 되기 위해서는 ②에서 $2a-b < 0$ 이다.

이때, $x \leq \frac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\frac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.

$$4a+2b = -6a+3b, 10a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$$

11. 부등식 $|2x+2| < a+3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x+2 < a+3, 2x < a+1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1$, $x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x-2 < a+3, -2x < a+5$$

$x < -1$, $x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$

12. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는 x 가 오직 1개이기 위한 양수 a 가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$

② $2 < a < 5$

③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$

⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

13. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$

14. $\alpha < 0 < \beta$ 이고 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해는?

① $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

② $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

③ $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

④ $x < \frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

⑤ b 의 부호에 따라 다르다.

해설

$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$) 이므로

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta), \quad a > 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \quad \therefore c < 0$$

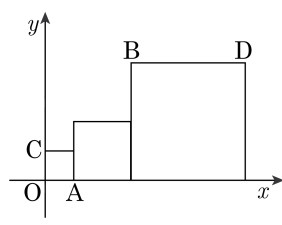
따라서,

$$\begin{aligned} cx^2 + bx + a &= c \left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(x^2 - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} \right) \\ &= c \left\{ x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)x + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \right\} \\ &= c \left(x - \frac{1}{\alpha} \right) \left(x - \frac{1}{\beta} \right) < 0 \end{aligned}$$

$$c < 0 \text{ 이고 } \frac{1}{\alpha} < 0 < \frac{1}{\beta} \text{ 이므로 구하는 해는 } x < \frac{1}{\alpha} \text{ 또는 } x > \frac{1}{\beta}$$

15. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 21



해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 A(4, 0) 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 B(21 - 12, 12)
 즉, B(9, 12)
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

16. x, y 가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$ 의
최솟값은?

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

해설

다음 그림에서

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}$$
$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$$

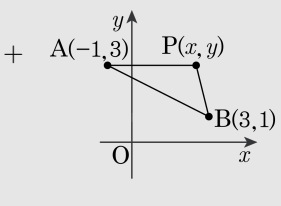
= $\overline{AP}$ + $\overline{BP}$ 를 의미 하므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} \geq \overline{AB}$$

그러므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은

$$\overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{5}$$

+



17. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는
세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게
중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1+a+3}{3} = 1$, $\frac{6+b+4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$

18. 연립방정식 $2x + ay = 6$, $-3ax + 2y = -2$ 에서 $x < 0, y > 0$ 이기 위한 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} 2x + ay = 6 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3ax + 2y = -2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

y 를 소거하기 위하여 $\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times a$ 을 하면

$$(4 + 3a^2)x = 12 + 2a \text{ 에서}$$

$$x = \frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면,

$$2 \left(\frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} \right) + ay = 6, y = \frac{18a - 4}{4 + 3a^2}$$

$x < 0, y > 0$ 이므로

$$\frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} < 0, \frac{18a - 4}{4 + 3a^2} > 0$$

에서 $4 + 3a^2$ 는 모든 자연수 a 에 대하여 0 보다 크므로

$$2a + 12 < 0, a < -6$$

$$18a - 4 > 0, a > \frac{2}{9}$$

따라서 $a > \frac{2}{9}$ 를 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 1 이다.

19. 세 자리 자연수 abc 가 $b > 3c + a$, $a > 2$ 를 만족할 때, 세 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 890

해설

세 자리 자연수 abc 에서
 a 는 0 보다 크고 10 보다 작은 자연수이고, b, c 는 0 과 같거나 크고 10 보다 작은 자연수이다.
 $b > 3c + a$ 이므로,
 $3c + a < b < 10$ 이 되고 $3c + a < 10$
 $a > 2$ 이므로 $c \leq 2$
1) $c = 2$ 일 때
 $6 + a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 b 는 존재하지 않는다.
2) $c = 1$ 일 때
 $3 + a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 (a, b) 순서쌍을 구해보면,
(3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 8), (4, 9), (5, 9)
3) $c = 0$ 일 때
 $a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 (a, b) 순서쌍을 구해보면,
(3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 5), (4, 6),
(4, 7), (4, 8), (4, 9), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (6, 7),
(6, 8), (6, 9), (7, 8), (7, 9), (8, 9)
이 중 가장 큰 수는 $a = 8$, $b = 9$, $c = 0$ 일 때이므로 구하는
세 자리의 자연수는 890 이다.

20. 농도가 5% 인 소금물 200g 에 소금을 넣고, 넣어 준 소금의 양만큼 물을 증발시켜서 농도가 7% 이상이 되게 하려고 한다. 이 때, 더 넣어준 소금의 양은 최소 몇 g 인지 구하여라.

▶ **합** : **log**

▶ 정답 : 4g

해설

농도가 5% 인 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은

$$200 \times \frac{5}{100} = 10 \text{ (g)}$$

더 넣어준 소금의 양을 xg 이라 하면

$$\frac{10+x}{200} \times 100 \geq 7$$
$$\therefore x \geq 4$$

 $\dots \lambda \geq 4$

따라서 더 넣어준 소금의 양은 최소 4g 이다.

21. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾는 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어난 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답: 대

▶ 정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\text{분} \times 3\text{명} + 10 \times 60\text{분} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인박귀기의 수를 y 대라 하면

$$x \times 2 \times 60 \geq 1000$$

$$y \times 2 \times 60$$

$$\therefore y \geq 8.5$$

22. 수직선 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 를 $m : n$ ($m > n$) 으로 내분하는 점을 C, 외분하는 점을 D 라고 할 때, 다음 식이 성립한다. ()안에 알맞은 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{(\quad)}{\overline{AB}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} : \overline{AC} &= (m+n) : m \\ \text{따라서 } \overline{AC} &= \frac{m}{m+n} \overline{AB} \\ \overline{AB} : \overline{AD} &= (m-n) : m \\ \text{따라서 } \overline{AD} &= \frac{m}{m-n} \overline{AB} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{m+n}{m} \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{m-n}{m} \frac{1}{\overline{AB}} = \frac{2}{\overline{AB}}$$

The top diagram shows a line segment AB with point C on it. A dashed line segment of length m is drawn from A to the left, and a dashed line segment of length n is drawn from B to the left, meeting at C. This represents the internal division where AC = m and CB = n.

The bottom diagram shows a line segment AB with point D on its extension to the right. A dashed line segment of length m is drawn from A to the left, and a dashed line segment of length n is drawn from B to the left, meeting at D. This represents the external division where AD = m and DB = n.

23. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 내부에 한 점 P가 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 을 만족시킬 때, 점 P의 자취의 길이는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

A(0, 0), B(0, -2),
D(2, 0), P(a, b)라고하면 $2 \cdot \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이므로
 $2 \cdot (a^2 + b^2) = a^2 + (b+2)^2 + (a-2)^2 + b^2$
 $0 = b - a + 4$
 $\therefore P(a, b) = (a, a - 4)$
점 P의 자취는 $b = a - 4$ ($0 < a < 2$)와 같으므로
구하는 길이는 두 점 (0, -4)와 (2, -2)사이의 거리와 같다.
 $\therefore \sqrt{(2-0)^2 + (-2+4)^2} = 2\sqrt{2}$

24. 정점 A(1, 4)와 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 위의 동점 P를 연결하는 선분 AP를 2 : 1로 내분하는 점의 자취의 방정식을 구하면?

① $x + 2y - 5 = 0$

② $2x + 3y - 10 = 0$

③ $3x + 6y - 11 = 0$

④ $3x - 6y - 10 = 0$

⑤ $2x + 5y - 9 = 0$

해설

P의 좌표를 (a, b) 라 하면 $a + 2b - 1 = 0 \dots\dots ①$

$\overline{AP}$ 를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표를 (x, y) 라 하면

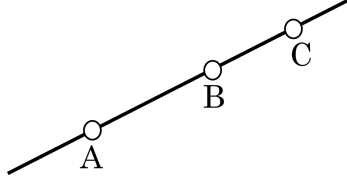
$$x = \frac{2a + 1}{3}, y = \frac{2b + 4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{3x - 1}{2}, b = \frac{3y - 4}{2} \dots\dots ②$$

$$②\text{을 } ①\text{에 대입하면 } \frac{3x - 1}{2} + 2 \times \frac{3y - 4}{2} - 1 = 0$$

$$\therefore 3x + 6y - 11 = 0$$

25. 아래 그림과 같이 일직선 위의 세 점 A, B, C 에 소매상이 있고, 어느 한 지점에 도매상을 세우려고 한다. 운반 비용은 도매상에서 각 소매상에 이르는 거리의 제곱의 합에 비례한다고 할 때, 운반 비용을 최소로 하는 도매상의 위치는?(단, $\overline{AB} = 2\overline{BC}$)



- ① $\overline{AB}$ 의 중점
- ② $\overline{BC}$ 의 중점
- ③ $\overline{AC}$ 의 중점
- ④ $\overline{AB}$ 를 5 : 1 로 내분하는 점
- ⑤ $\overline{AC}$ 를 3 : 2 으로 내분하는 점

해설

소매상의 위치를 각각

A($-2a$, 0), B(0, 0), C(a , 0) (단, $a > 0$)이라 하고

도매상의 위치를 P(x , y) 라 하면

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x + 2a)^2 + y^2 + x^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2 \\ &= 3x^2 + 2ax + 3y^2 + 5a^2 \\ &= 3\left(x + \frac{1}{3}a\right)^2 + 3y^2 + \frac{14}{3}a^2 \end{aligned}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3}a$, $y = 0$ 일 때, $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소이고
운반 비용도 최소이다.

이 때, 점 P $\left(-\frac{1}{3}a, 0\right)$ 은 $\overline{AB}$ 를 5 : 1 로 내분하는 점이다.