

1. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{51} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$$

2. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

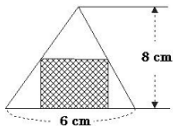
$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

3. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm , 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 12cm^2 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로 길이를 구하여 라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.

넓음 조건에 의해 $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$

$$\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha,$$

넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$

$$\therefore \alpha\beta = \alpha\left(8 - \frac{4}{3}\alpha\right) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$$

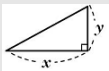
$$\therefore \alpha = 3$$

4. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0,$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x = 12 \text{ 일 때 } y = 9$$

$$x = 9 \text{ 일 때 } y = 12$$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.

5. 방정식 $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$