

1. 등식 $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\&= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

2. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

3. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 + k$$

최솟값은 $-8 + k$

$$y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$$

$$= -2(x - 1)^2 + 4 - 2k$$

최댓값은 $4 - 2k$

$$-8 + k = 4 - 2k$$

$$\therefore k = 4$$

5. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

6. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 7 ④ 20 ⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$
$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

7. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$
- ② $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$
- ③ $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$
- ④ $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$
- ⑤ $x = \pm 2, \quad x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	-2	2	2	-3
		1	-1	1	3
-1	1	-1	1	3	0
		-1	2	-3	
	1	-2	3	0	

$\Rightarrow (x-1)(x+1)(x^2-2x+3) = 0$

$\therefore x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

8. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p$, $y = q$ 또는 $x = r$, $y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2$, $y = -3$ 을 ③에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

10. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x+1 > 2kx+k$ 에서

$(k^2-2k)x > k-1$,

$k(k-2)x > k-1$

해가 모든 실수이므로

$k(k-2) = 0$, $k-1 < 0$ 이어야 한다.

$\therefore k = 0$

11. 부등식 $|x-3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$ 에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

12. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\ &= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\ &= -1 - 1 - 1 = -3 \end{aligned}$$

13. $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$

② 2

③ $2i$

④ 4

⑤ $2 + 3i$

해설

$$\alpha = 1 - i, \bar{\alpha} = 1 + i$$

$$\alpha + \bar{\alpha} = 2, \alpha\bar{\alpha} = 2$$

$$\begin{aligned}\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha} &= \alpha\bar{\alpha}(\alpha + \bar{\alpha}) \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

14. $a < 0, b < 0$ 일 때 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a^3 b} = -a \sqrt{ab}$

③ $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

④ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b \sqrt{a}}{a}$

⑤ $\sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$

해설

$a < 0, b < 0$ 이므로,

$$\begin{aligned} \text{① } \sqrt{a} \sqrt{b} &= \sqrt{-a}i \sqrt{-b}i \\ &= \sqrt{-a} \sqrt{-b}i^2 \\ &= -\sqrt{-a} \sqrt{-b} \\ &= -\sqrt{ab} \end{aligned}$$

($\because -a > 0, -b > 0$)

따라서, $\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

$$\begin{aligned} \text{② } \sqrt{a^3 b} &= \sqrt{a^2 \cdot (ab)} \\ &= \sqrt{a^2} \sqrt{ab} \\ &= |a| \sqrt{ab} \\ &= -a \sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\text{③ } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$\text{④ } \sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{|b|}{\sqrt{a}} = -\frac{b}{\sqrt{a}} = -\frac{b \sqrt{a}}{|a|} = \frac{b \sqrt{a}}{a}$$

$$\text{⑤ } \sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$$

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근을 $\alpha + 1, \beta + 1$ 이라 한다. 이 때, 상수 a, b 의 곱은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b \cdots \cdots \textcircled{1}$
또, $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근이 $\alpha + 1, \beta + 1$ 이므로
 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = b, (\alpha + 1)(\beta + 1) = a$
즉, $\alpha + \beta + 2 = b, \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = a \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $-a + 2 = b, b - a + 1 = a$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$

16. 이차함수 $y = ax^2 - 4x - c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다. 이때, ac 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 - 4x + c$ 는 $x = 2$ 일 때,
최솟값 -1 이므로
 $y = a(x - 2)^2 + 1 = ax^2 - 4ax + 4a + 1$
 $-4a = -4$, $4a + 1 = -c$ 이므로
 $a = 1$, $4 + 1 = -c$, $c = -5$
 $\therefore ac = -5$

17. 가로와 세로의 길이의 합이 20 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

가로의 길이를 x , 세로의 길이를 $20 - x$ 라고 하자.

$$y = x \times (20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 100이 최댓값이다.

18. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면
 $1 \leq -x \leq 2$
다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$
각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$
각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$
 $\therefore p=3, q=4$
 $\therefore pq=12$

19. 부등식 $\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a-1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a-1 \geq -7$

$\therefore a \geq -6$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

20. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

21. 방정식 $x^2+x+2=0$ 의 한 해근을 ω 라 할 때, $f(x)=ax^2+bx+12(a \neq 0)$ 에 대하여 $f(\omega)=3\omega$ 를 만족한다. 이 때, 실수 a, b 의 합은?

① 12

② -12

③ 15

④ -15

⑤ 18

해설

$x^2+x+2=0$ 의 한 해근이 ω 이므로

$\omega^2+\omega+2=0 \quad \therefore \omega^2=-\omega-2$

$f(\omega)=a\omega^2+b\omega+12=a(-\omega-2)+b\omega+12$

$= (b-a)\omega + (12-2a)$

$f(\omega)=3\omega$ 이므로

$(b-a)\omega + (12-2a)=3\omega$

$b-a=3, 12-2a=0 \quad (\because \omega \text{는 허수})$

$\therefore a=6, b=9$

22. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$

$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{\quad}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20,$

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

23. 두 함수 $f(x) = |x - 2| - 5$, $g(x) = x^2 + 6x + 8$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 5$ 에서 $y = g(f(x))$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 라고 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = |x - 2| - 5 = t$ 로 놓으면
 $y = g(f(x)) = g(t) = t^2 + 6t + 8 = (t + 3)^2 - 1$
그런데 $0 \leq x \leq 5$ 에서 $-5 \leq t \leq -2$ 이므로
 y 의 값은 $t = -5$ 일 때 최대이고 최댓값은 3,
 $t = -3$ 일 때 최소이고 최솟값은 -1 이다.
 $\therefore M = 3, m = -1$
 $\therefore M + m = 2$

24. 대학수학능력시험 수리탐구 영역(Ⅰ)의 문항 수는 30개이고 배점은 40점이다. 문항별 배점은 1점, 1.5점, 2점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

해설

1점짜리 문항을 x 개,
1.5점짜리 문항을 y 개,
2점짜리 문항을 z 개라고 하면
 $x + 1.5y + 2z = 40 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x + y + z = 30 \cdots \textcircled{㉡}$
($x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$)라고 하면
 $\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times 3 = -x + z = -10,$
 $x = z + 10, z \geq 1$ 이므로
 $x = z + 10 \geq 11$
이 때 $y = 18$ 이고 준 조건을 만족하므로
 x 의 최솟값은 11

25. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12 명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31 개

▷ 정답 : 32 개

▷ 정답 : 33 개

해설

텐트 수를 x 개, 학생 수를 $(3x + 12)$ 명이라 하면

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$$

$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12$ 에서

$$5x - 55 + 1 \leq 3x + 12,$$

$$2x \leq 66$$

$$\therefore x \leq 33$$

$3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$ 에서

$$3x + 12 \leq 5x - 55 + 5,$$

$$2x \geq 62$$

$$\therefore x \geq 31$$

$$\therefore 31 \leq x \leq 33$$