1. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 같은 것을 모두 찾아라.

보기

㉠ $2\sqrt{7}$ ㉡ $\sqrt{8}$

㉢ $\sqrt{20}$ ㉣ $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

㉣ $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

따라서 a 가 같은 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣이다.

2. 다음 등식을 만족하는 상수 m, n 의 값은?

$x^2 + 6x + m = (x + n)^2$

① $m = 9, n = 3$ ② $m = 9, n = -3$ ③ $m = 9, n = 6$
④ $m = 3, n = 3$ ⑤ $m = 3, n = -3$

해설

$x^2 + 6x$ 가 완전제곱식이 되려면 $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 $m = 9, n = 3$ 이다.

3. 두 식 x^2-4x+3 과 $2x^2-3x-9$ 의 공통인 인수는?

① $2x+3$　② $2x+1$　③ $x-1$

④ $x-5$　⑤ $x-3$

해설

$x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$
$2x^2-3x-9=(2x+3)(x-3)$

4. $x-y-3=0$ 일 때, $x^2-2xy+y^2-5x+5y+1$ 의 값은?

① -7　② -5　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$x-y=3$이므로

$(x-y)^2-5(x-y)+1=3^2-5\times3+1$

$=9-15+1=-5$

5. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x-1=0$
② $(x-2)^2=(x-3)^2$
③ $x^2+x=x^2-1$
④ $3x=x^2+x-1$
⑤ $2x^2+x-1=x(2x-1)$

해설

이차방정식은 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 꼴이어야 한다.
① $2x-1=0$: 일차방정식
② $2x-5=0$: 일차방정식
③ $x+1=0$: 일차방정식
⑤ $2x-1=0$: 일차방정식

6. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a^2 + a + 1 = 3$
$a^2 + a - 2 = 0$
$(a + 2)(a - 1) = 0$
$a = -2$ 또는 $a = 1$
$\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

7. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2,\ a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2,\ a)$ 를 지나므로,
$a = 5 \times 2^2 = 20$
(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는
$y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(3,\ 12)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼
평행이동한 식은 $y = ax^2 + 3$ 이고, 점 $(3,\ 12)$ 를 지나므로
$12 = 9a + 3$ 이다.
$\therefore a = 1$

9. $\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}} &= \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 14}{7 \times 2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

10. $a^2+2ab+b^2-a-b$를 인수분해하면?

① $(a+b)(a+b+1)$　② $(a-b)(a+b-1)$

③ $(a-b)(a-b-2)$　④ $(a+b)(a+b-1)$

⑤ $(a+b)(a+b-2)$

해설

$(a+b)^2-(a+b)=(a+b)(a+b-1)$

11. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $x=2,\ x=-1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$(x-2)(x+1)=0$
$x^2-x-2=0$
$a=-1,\ b=-2$
$\therefore\ a+b=(-1)+(-2)=-3$

12. 이차방정식 $x^2+4x+4=0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2+ax-4=0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=4$

▷ 정답: $x=\frac{2}{3}$

해설

$x^2+4x+4=0$ 에서 $(x+2)^2=0$

$\therefore x=-2$

$x=-2$ 을 $12-2a-4=0$ 에 대입하면 $a=4$

즉, $3x^2+4x-4=0$ 에서 $(x+2)(3x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{2}{3}$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.
$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로
다른 한 근은 $x=4$ 이다.
$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$
$\therefore\ a-b=-6-(-8)=2$

14. 두 이차방정식 $2x^2-2x-12=0$, $3x^2-11x+6=0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x^2-2x-12=0$

$2(x-3)(x+2)=0$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=-2$

$3x^2-11x+6=(3x-2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=3$

15. 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$(m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 2초

해설

x초 후에 높이가 30 cm 되었다면

$10 + 20x - 5x^2 = 30$

$5x^2 - 20x + 20 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$

16. 이차함수 $y = 5(x-3)^2-2$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 -2, 4만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a,\ 7)$을 지날 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5(x-3)^2 - 2$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 -2, 4만큼 평행이동하면
$y = 5(x-3+2)^2 - 2 + 4$, $y = 5(x-1)^2 + 2$ 이고
점 $(a,\ 7)$을 지나므로 대입하면
$7 = 5(a-1)^2 + 2$, $1 = (a-1)^2$, $a - 1 = \pm 1$이다. $a > 0$이므로
$a = 2$이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 - 4ax + 24$
$= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24$

꼭짓점 $(2a,\ -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$-4a^2 + 24 = 4a$
$a^2 + a - 6 = 0$
$(a - 2)(a + 3) = 0$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

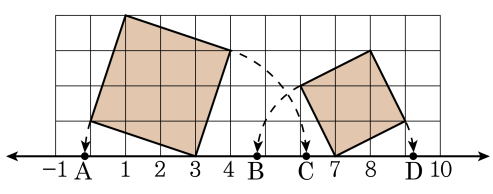
18. $\sqrt{90-x}-\sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

① 5　② 9　③ 15　④ 26　⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

19. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a+b+c+d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)

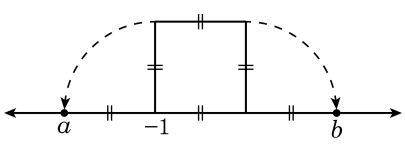


① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a=3-\sqrt{10}$, $b=7-\sqrt{5}$, $c=3+\sqrt{10}$, $d=7+\sqrt{5}$
이므로 $a+b+c+d=20$ 이다.

20. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

21. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5) = 6x^2+cx-10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$(3x+a)(bx+5) = 3bx^2 + (15+ab)x + 5a$

$3bx^2 + (15+ab)x + 5a = 6x^2 + cx - 10$

$3b = 6 \quad \therefore\ b = 2$

$5a = -10 \quad \therefore\ a = -2$

$15 + ab = c,\ 15 + (-2) \times 2 = 15 - 4 = 11$

$\therefore\ c = 11$

$\therefore\ a + b + c = (-2) + 2 + 11 = 11$

22. $Ax^2+36x+B=(2x+C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4 ② 9 ③ 81 ④ 90 ⑤ 94

해설

$Ax^2+36x+B=4x^2+2\times2Cx+C^2$ 이므로 $A=4$, $B=81$, $C=9$ 이다.

따라서 $A+B+C=4+81+9=94$ 이다.

23. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

24. 정육면체 A, B의 겉넓이 비가 4 : 9이고, 두 정육면체의 부피의 합이 $280\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, A, B의 한 모서리의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $A = 4\,\mathrm{cm}$

▷ 정답 : $B = 6\,\mathrm{cm}$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\,\mathrm{cm}$, $b\,\mathrm{cm}$라고 하면
A, B의 겉넓이의 비는 $6a^2 : 6b^2 = 4 : 9$ 이므로 $a : b = 2 : 3$

$\therefore b = \frac{3}{2}a$

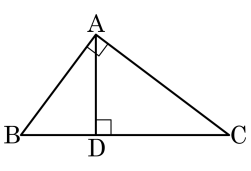
A, B의 부피의 합은 $a^3 + b^3 = 280$,

$a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 280,\ a^3 = 64,$

$\therefore a = 4, b = 6$

따라서 A, B의 한 모서리의 길이는 각각 4 cm, 6 cm이다.

25. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 90°$, $\angle ADC = 90°$ 이다. 선분 AD 의 길이는 12 cm, 선분 BD 의 길이는 9 cm 이고, 선분 AB 의 길이는 선분 DC 의 길이보다 1 cm 짧다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 4 cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} - 1 = x\,\text{cm}$ 라고 하면 $\overline{AC} = x + 5$

$\frac{1}{2}x(x+5) = \frac{1}{2} \times 12(x+10)$

$x^2 + 5x - 12x - 120 = 0$

$x^2 - 7x - 120 = 0$

$(x-15)(x+8) = 0$

$x = 15$ ($\because$ $x > 0$)