

1. 54 에 두 자리 자연수 a 를 곱하였더니 b^2 이 되었다. 가능한 (a, b) 를 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : (24, 36)
- ▷ 정답 : (54, 54)
- ▷ 정답 : (96, 72)

해설

$54 \times a = 2 \times 3^3 \times a = b^2$ 이므로
 $a = 2 \times 3 \times x^2$ (x 는 자연수) 꼴이어야 한다.
 a 는 두 자리 자연수이므로
 $2 \times 3 \times 2^2 = 24, 2 \times 3 \times 3^2 = 54, 2 \times 3 \times 4^2 = 96$
(i) a 가 24 일 때
 $2 \times 3^3 \times 2^3 \times 3 = 2^4 \times 3^4 = (2^2 \times 3^2)^2 = 36^2$
 $\therefore b = 36$
(ii) a 가 54 일 때
 $2 \times 3^3 \times 2 \times 3^3 = (2 \times 3^3)^2 = 54^2$
 $\therefore b = 54$
(iii) a 가 96 일 때
 $2 \times 3^3 \times 2^5 \times 3 = 2^6 \times 3^4 = (2^3 \times 3^2)^2 = 72^2$
 $\therefore b = 72$
 $\therefore (24, 36), (54, 54), (96, 72)$

2. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

3. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360 \text{ 의 약수의 개수} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$a = x^n$ 이라 두면,

$$a \times 3^2 \times 5^3 \text{ 의 약수의 개수} = (n+1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$$

$\therefore a$ 의 최솟값 = 2

4. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 3 을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

a, b, c 중 3이 있는 경우
 $a = 3$ 이라 하면
 $2(l+1)(m+1)(n+1) = (l+2)(m+1)(n+1)$
 $2l+2 = l+2, l = 0$
 l, m, n 은 1 이상인 자연수이므로 a, b, c 중에 3은 없다.
 a, b, c 는 한 자리 소수 2, 3, 5, 7 중에서 3이 아니므로 2, 5, 7 이다.
 $\therefore 2 + 5 + 7 = 14$

5. 수직선 위에서 -6 과 대응하는 점과 $+2$ 에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 수를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

-6 과 $+2$ 사이의 거리는 8 이므로

$$\frac{8}{2} = 4 \text{ 에서}$$

-6 에서 오른쪽으로 4 만큼 간 수 -2 이다.

6. 수직선 위에서 두 수 a, b 에 대응하는 두 점 사이의 거리가 8 이고 두 점의 한 가운데 있는 점이 나타내는 수가 2 일 때 a 의 값을 구하여라. (단, $b > a$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

a, b 두 점의 한 가운데 있는 점이 2 일 때, 두 점 사이의 거리가 8 이므로 2를 기준점으로 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점과 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이 된다. 여기에서 $b > a$ 이므로 b 는 2 에서 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점이다. 즉, b 는 6 이다. a 는 2 에서 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이므로 -2 이다.

7. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 6$, $|b| = 7$ 이고 $a \times b < 0$ 일 때, 가능한 $a - b$ 중 가장 작은 것을 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -13

해설

$|a| = 6$ 에서 $a = 6$ 또는 $a = -6$ 이고, $|b| = 7$ 에서 $b = 7$ 또는 $b = -7$ 이다.

$a \times b < 0$ 이므로 a 와 b 는 서로 반대 부호이다. 따라서 $a = 6$, $b = -7$ 또는 $a = -6$, $b = 7$ 이다.

(i) $a = 6$, $b = -7$ 일 때

$$a - b = 6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

(ii) $a = -6$, $b = 7$ 일 때

$$a - b = -6 - 7 = -13$$

8. $[a]$ 가 a 를 넘지 않는 최대 정수를 나타낼 때, $[-4.8] \leq x < \left[\frac{15}{7}\right]$ 인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

$$[-4.8] \leq x < \left[\frac{15}{7}\right] \text{에서}$$

$$[-4.8] = -5, \left[\frac{15}{7}\right] = 2 \text{ 이므로}$$

$-5 \leq x < 2$ 인 정수를 구하면 $-5, -4, \dots, 1$ 의 7개다.

9. -1.5 과 $\frac{13}{4}$ 사이의 정수를 모두 구하여 더하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ 이므로

-1.5 과 $\frac{13}{4}$ 사이의 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$

$\therefore$ 합은 5

10. $-\frac{19}{4} \leq x < \frac{27}{5}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a , 절댓값이 가장 작은 정수를 b 라 할 때, a 와 b 사이의 거리는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$-\frac{19}{4} \leq x < \frac{27}{5}$ 을 만족하는 정수 x 는
 $-4, -3, -2, \dots, 5$
 $\therefore a = -4, b = 0$
 -4 와 0 사이의 거리는 4 이다.

11. n 이 짝수일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n-1}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 또는 +3

해설

n 이 짝수이므로 $n+1, n-1$ 은 홀수이다.

$$(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n-1}$$

$$= (+1) - (-1) - (-1)$$

$$= (+1) + (+1) + (+1)$$

$$= 3$$

12. 다음을 계산하여라.

$$(-1)^{100} \times (-1)^{101} - (-1)^{200} \times (-1)^{201}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & (-1)^{\text{짝수}} = 1, (-1)^{\text{홀수}} = -1 \text{ 이므로} \\ & (-1)^{100} = (-1)^{200} = 1 \\ & (-1)^{101} = (-1)^{201} = -1 \\ & (-1)^{100} \times (-1)^{101} - (-1)^{200} \times (-1)^{201} \\ & = 1 \times (-1) - 1 \times (-1) \\ & = (-1) - (-1) = (-1) + (+1) = 0 \end{aligned}$$

13. 다음을 계산하면?

$$3 \div \left\{ \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \times 0.2 - (-2)^2 \right\}$$

- ① -3 ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ 4 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 3 \div \left\{ \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \times 0.2 - (-2)^2 \right\} \\ &= 3 \div \left\{ \left(-\frac{5}{2} \right) \times \frac{1}{5} - (+4) \right\} \\ &= 3 \div \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) + (-4) \right\} \\ &= 3 \div \left(-\frac{9}{2} \right) \\ &= 3 \times \left(-\frac{2}{9} \right) \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

14. 어떤 수에 3을 나눈 후 -2 를 곱해야 하는데 잘 못해서 3을 곱한 후 -2 로 나눴더니 $-\frac{15}{8}$ 가 나왔다. 바르게 계산한 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{6}$

해설

어떤 수를 $\square$ 라 하면

잘못된 계산 : $\square \times 3 \div (-2) = -\frac{15}{8}$

$$\square = \left(-\frac{15}{8}\right) \times (-2) \div 3$$
$$= \frac{5}{4}$$

바른 계산 : $\frac{5}{4} \div 3 \times (-2) = \frac{5}{4} \times \frac{1}{3} \times (-2)$

$$= -\frac{5}{6}$$

15. $a\Delta b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 일 때, $(1.5\Delta 2)\Delta\left(3\Delta\frac{6}{5}\right)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 또는 +8

해설

$$\begin{aligned} 1.5\Delta 2 &= \frac{1}{1.5} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \\ 3\Delta\frac{6}{5} &= \frac{1}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{6}\Delta\left(-\frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{\frac{1}{6}} - \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 6 + 2 = 8 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 서로 다른 두 유리수 a, b 에 대하여

$a \blacktriangle b = (a, b \text{ 중 절댓값이 큰 수})$,

$a \blacktriangledown b = (a, b \text{ 중 절댓값이 작은 수})$

로 정의할 때, $\left(-\frac{5}{6}\right) \blacktriangle \left\{\left(+\frac{3}{4}\right) \blacktriangledown \left(-\frac{4}{5}\right)\right\}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{6}$

해설

$$\left(+\frac{3}{4}\right) \blacktriangledown \left(-\frac{4}{5}\right) = +\frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{5}{6}\right) \blacktriangle \left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{5}{6} \text{ 이다.}$$