

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

- ① $x(x-7) = x^2 - 7x$ ② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$
③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$ ④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$
⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

2. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

3. 다음 중에서 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 인 이차방정식은?

① $(x - 2)(x + 3) = 0$

② $(x + 2)(x - 3) = 0$

③ $(2x - 1)(3x + 1) = 0$

④ $(2x + 1)(3x - 1) = 0$

⑤ $(x - 2)(3x - 1) = 0$

해설

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

④ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

4. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$

② $x = -4$ 또는 $x = 7$

③ $x = -4$ 또는 $x = -1$

④ $x = 3$ 또는 $x = -1$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x - 4)(x + 7) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -7$$

5. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$
 $x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$
 $x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=12$
따라서 $a+b=11$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$, $x = 2$ 를 대입하면

$6 + a = 0$, $a = -6$

$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

$x = 2$ 또는 $x = -3$

$\therefore (-6) \times (-3) = 18$

7. 이차방정식 $ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이 $-5, b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned}x &= -5 \text{ 일 때} \\a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 &= 0 \\25a - 20a - 10 - a - 2 &= 0 \\4a &= 12, a = 3 \\3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 &= 0 \\3x^2 + 14x - 5 &= 0 \\(x + 5)(3x - 1) &= 0 \\x = -5, x = \frac{1}{3} &= b \\\frac{b}{a} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{15}x + \frac{1}{15} = 0 \Rightarrow x^2 + ax + b = 0$$

$$a = -\frac{8}{15}, b = \frac{1}{15}$$

$$bx^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{15}x^2 - \frac{8}{15}x + 1 = 0$$

의 양변에 15 를 곱하면

$$x^2 - 8x + 15 = 0, (x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

9. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 + 4 + a = 0$$

$$a = -8$$

$x^2 + bx - 6 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 2b - 6 = 0$$

$$b = -1$$

$$\therefore ab = 8$$

11. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

12. 이차방정식 $x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 6$

해설

$x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 3) = 0$$

$$\therefore k = 6$$

13. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

14. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ -\frac{3}{2} = k-1, \quad k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ \frac{3}{2} = k-1, \quad k = \frac{5}{2}$$

(i), (ii) 에 의하여 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$-\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = \frac{5}{2}$$

따라서 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

16. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$ ③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$ ⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

17. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
 $x^2 + 4ax = -b$
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
 $\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

18. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

19. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$x = 2 \pm \sqrt{7}$ 이므로 $a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$

20. 이차방정식 $2x^2 + 5x - ax - 3a - 2 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $a = -10$

해설

a 에 관하여 정리하면

$$2x^2 + 5x - 2 = a(x + 3)$$

$$a = \frac{2x^2 + 5x - 2}{x + 3} = \frac{(x + 3)(2x - 1) + 1}{x + 3}$$

$$\therefore a = 2x - 1 + \frac{1}{x + 3}$$

a 는 정수이므로 $x + 3 = \pm 1$

$$\therefore x = -2 \text{ 일 때, } a = -4, x = -4 \text{ 일 때, } a = -10$$

21. 이차방정식 $(x-2)(x-1) - \frac{1}{3}(x^2+1) = 3(x-3)$ 의 근은?

- ① $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{3}$ ② $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{3}$
④ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2 - 18x + 32 = 0$ 이다.

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

22. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$$A = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 1$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

23. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

24. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

25. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

- ① $m > 7$
- ② $m < 7$
- ③ $m \geq 7$
- ④ $m < -7$
- ⑤ $m > -7$

해설

$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$

26. 지면에서 30m/s 의 속도로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = 30t - 5t^2$ 이다. 이 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m 의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 몇 초인가 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: $1 + \sqrt{7}$ 초

해설

(1) 공의 높이가 40m 일 때이므로 $h = 40$ 을 대입하면

$$40 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } 4$$

(2) 꼬이 노이기

(2) 공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$$10 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 2 = 0$$

$$\therefore t = 3 + \sqrt{7}$$

$$\therefore t = 3 \pm \sqrt{7}$$

따라서 (1)에서 2 초 후에 물체가 지면으로부터 40m 높이의 위치를 올라갔다가
(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m 를 지나므로 물체가 지면으로

(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m를 지나므로 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 $3 + \sqrt{7} - 2 = 1 + \sqrt{7}$ 초 동안이다.

27. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

28. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

29. 지면에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

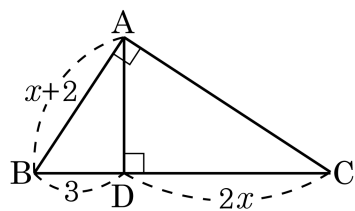
▶ 정답 : 2 초

▶ 정답 : 6 초

해설

$$\begin{aligned} 60 &= 40t - 5t^2 \\ 5t^2 - 40t + 60 &= 0 \\ t^2 - 8t + 12 &= 0 \\ (t-2)(t-6) &= 0 \\ t = 2 \text{ 또는 } t = 6 \end{aligned}$$

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



점 D가 점 A에서 변 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, x 의 값은?

- ① $1 + \sqrt{3}$
- ② $1 + \sqrt{5}$
- ③ $1 + \sqrt{6}$
- ④ $2 + \sqrt{3}$
- ⑤ $2 + \sqrt{6}$

해설

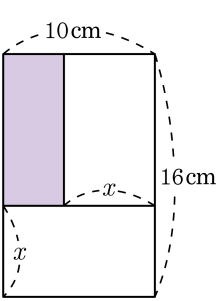
$(x + 2)^2 = 3 \cdot (3 + 2x)$

$x^2 + 4x + 4 = 9 + 6x$

$x^2 - 2x - 5 = 0$

$x = 1 + \sqrt{6}(\because x > 0)$

31. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 10cm, 세로의 길이가 16cm 인 직사각형에서 가로와 세로를 똑같이 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이 되었다. 이 때, 줄인 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

처음 직사각형의 넓이는 $10 \times 16 = 160$,
 칠한 부분의 넓이는 $(10 - x)(16 - x)$ 이다.

$$(10 - x)(16 - x) = 160 \times \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 26x + 160 = 40$$

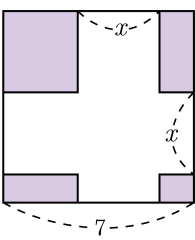
$$x^2 - 26x + 120 = 0$$

$$(x - 20)(x - 6) = 0$$

$0 < x < 10$ 이므로 $x = 6$ (cm) 이다.

32. 다음 그림과 같이 십자형 모양으로 정사각형 모양의 종이를 자르려고 한다. 남아 있는 종이의 넓이가 16 일 때 자르는 종이의 폭은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$\begin{aligned} (7-x)^2 &= 16 \\ x^2 - 14x + 33 &= 0 \\ (x-3)(x-11) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \quad (\because x < 7) \end{aligned}$$

33. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$

② $b \neq 0$

③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$

⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

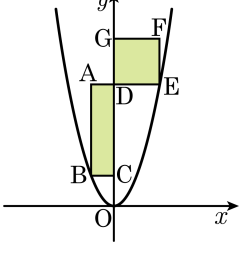
34. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4 ② 4 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
 $-16 = 4a, \quad a = -4$

35. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

$\square ABCD = \square DEFG$ 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \dots \textcircled{A}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E $(p, 2p^2)$, $\overline{OD} = 2p^2$

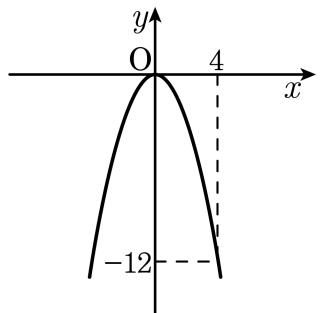
$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 $x = 4$ 일 때, $y = -12$ 인 이차함수 $y = ax^2$ 이 있다.
이 이차함수와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



- ① $y = -\frac{3}{4}x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = \frac{3}{4}x^2$
 ④ $y = -x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

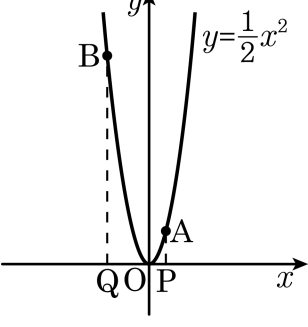
해설

$y = ax^2$ 에 $(4, -12)$ 를 대입하면 $a = -\frac{3}{4}$

따라서 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

37. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에 대하여 A의 좌표는 (4, 8)이고, B의 x 좌표는 음수이다. 점 A, B에서 각각 x 축에 수선 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 를 그으면 $\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 가 된다. 이 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



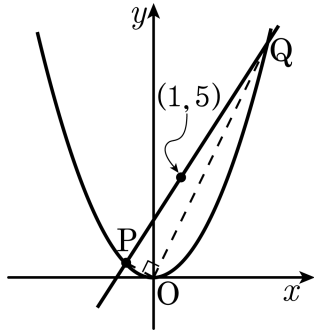
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 에서 점 A의 y 좌표는
 $4 : 25 = 8 : y$
 $\therefore y = 50$ 따라서, 점 B의 y 좌표는 50이다.
 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 $y = 50$ 을 대입하면 $50 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 100, x < 0$ 이므로
 $x = -10$ 이 되고 점 B의 x 좌표는 -10이다.
따라서 $\overline{QO} = 10$, $\overline{PO} = 4$ 이므로 $\overline{PQ} = 14$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



- ① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$
 ④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$
 $\therefore y = ax - a + 5$
 $y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α , β 라 할 때,
 α , β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 의 근이다.
 점 $P(\alpha, \alpha^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각
 $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$ 이고,
 $\overline{PO} \perp \overline{QO}$ 이므로 $\alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\therefore$ 근과 계수관계)
 $\therefore a = 4$
 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

39. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 를 지나므로
 $5 - 1 = a, a = 4$ 이다.

40. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

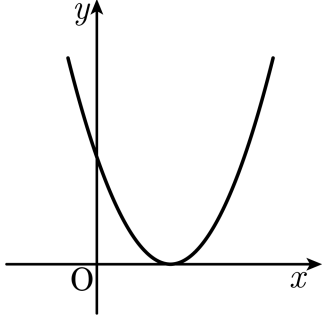
$$\therefore a = 1$$

41. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 (2, 0) 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

42. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?

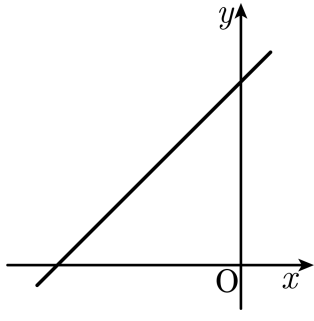


- ① $a > 0, p > 0$
- ② $a > 0, p < 0$
- ③ $a < 0, p = 0$
- ④ $a < 0, p < 0$
- ⑤ $a < 0, p > 0$

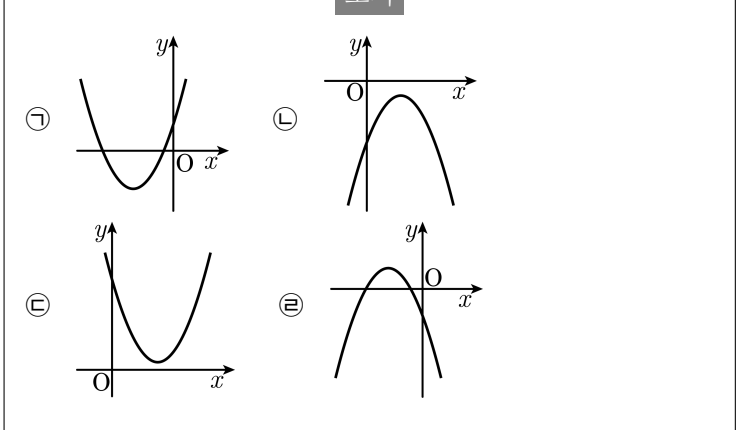
해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

43. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

44. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

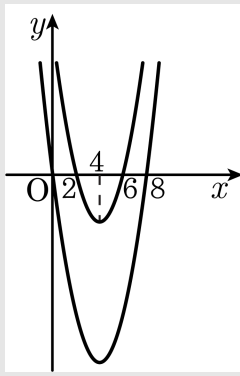
45. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x - 8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

46. $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나고, 두 교점 사이의 거리가 8일 때, k 의 값을 구하여라.

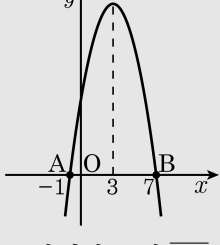
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + k \\&= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\&= -(x - 3)^2 + 9 + k\end{aligned}$$

축의 방정식은 $x = 3$



그림에서 보면 $\overline{AB} = 8$ 이므로 A, B는 축 $x = 3$ 에서 각각 4만큼 떨어져 있어야 한다.

따라서 A, B의 x 좌표는 각각 $-1, 7$ 이다.

즉 x 절편이 $-1, 7$ 이므로 식은 $y = -(x + 1)(x - 7)$

전개하면 $y = -x^2 + 6x + 7 \quad \therefore k = 7$

해설

x 축과의 교점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하면 α, β 는 $0 = -x^2 + 6x + k$ 의 두 근이다.

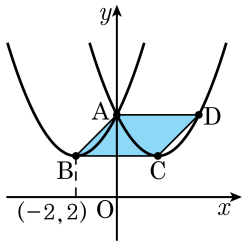
근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -k$

두 점 사이의 거리

$$|\alpha - \beta| = 8, |\alpha - \beta|^2 = 8^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$64 = 36 + 4k, 4k = 28 \quad \therefore k = 7$$

47. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

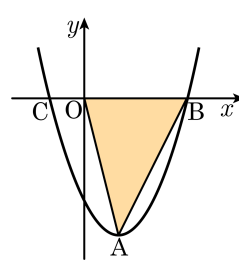
▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

48. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

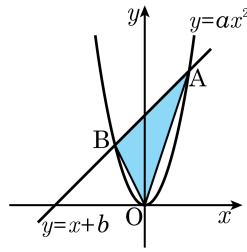
- ① 16 ② 8 ③ 12
④ 6 ⑤ 10



해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$
A 의 좌표는 (1, -4) 이다.
 x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로
 $0 = (x - 1)^2 - 4$ 이다.
따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.
B 의 좌표는 (3, 0) 이다.
 $\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

49. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



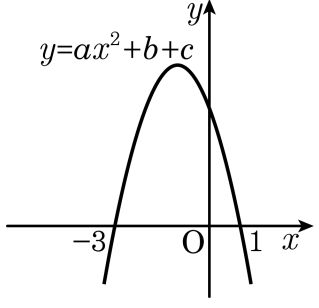
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1 \quad \therefore y = x^2$
 $y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$
 $y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
 $x^2 = x + 6$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = -2$ 또는 $x = 3$
 $\therefore B(-2, 4)$
 $y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로
 $\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

50. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$