

1. 두 점 A(5, -4), B(-1, 2)를 잇는 선분 AB의 중점 M의 좌표를 (a, b) 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$a = \{5 + (-1)\} \div 2 = 2$$

$$b = \{(-4) + 2\} \div 2 = -1 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 1$$

2. 세 꼭짓점 A(0, 0), B(-5, 5), C(2, 7) 인 △ABC 의 무게중심의 좌표는?

① (-1, 7)

② (-1, 4)

③ (-2, 1)

④ (2, -2)

⑤ (-4, -8)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{0 + (-5) + 2}{3}, \frac{0 + 5 + 7}{3} \right) = (-1, 4)$$

3. x 절편이 3이고 y 절편이 2인 직선의 방정식은?

- ① $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ② $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$ ③ $\frac{x}{-3} + \frac{y}{3} = 1$
④ $y = 2x + 1$ ⑤ $y = 3x + 2$

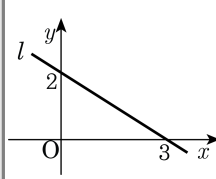
해설

$$\text{기울기} = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\frac{2}{3}x + y = 2$$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$



4. 점 P (3, -4)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 할 때, 선분 PP' 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 P(3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점

P' 의 좌표는 (3, 4)이므로

$$PP' = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$$

5. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는
평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

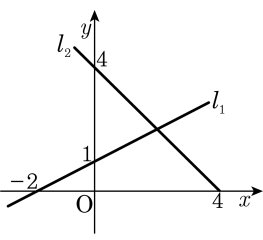
6. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{2}$



해설

직선 l_1 은 x 절편이 -2 이고,
 y 절편이 1 이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$ 에서
 $x - 2y = -2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 직선 l_2 는 x 절편이 4 이고, y 절편이 4 이므로
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ 에서
 $x + y = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$
 따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$
 $\therefore a = 1$

7. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

(PH 의 길이)
= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

8. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$

② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$

④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점 A , B 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

9. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = -\sqrt{2}x \pm 1$ ② $y = -\sqrt{2}x \pm 5$ ③ $y = -\sqrt{3}x \pm 4$
④ $y = -\sqrt{3}x \pm 9$ ⑤ $y = -\sqrt{5}x \pm 6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = (-\sqrt{3})x \pm 2\sqrt{1 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore y = -\sqrt{3}x \pm 4$$

10. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점 $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

㉠ $(2, 4)$

㉡ $(4, 2)$

㉢ $(2, -4)$

㉣ $(-2, 4)$

㉤ $(4, -2)$

해설

f 는 x 축의 방향으로 -1 , y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

11. 점 A(-1, 2), B(2, -2) 에 대하여 다음 중 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키는 점 P 의 좌표가 될 수 없는 것은?

① (3, 5)

② (-1, 7)

③ (4, 2)

④ (2, 3)

⑤ (-4, 6)

해설

$$\overline{AB}^2 = (2 + 1)^2 + (-2 - 2)^2 = 25$$

① P(3, 5) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 3)^2 + (2 - 5)^2 = 25$$

② P(-1, 7) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 + 1)^2 + (2 - 7)^2 = 25$$

③ P(4, 2) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 4)^2 + (2 - 2)^2 = 25$$

④ P(2, 3) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 2)^2 + (2 - 3)^2 = 10$$

⑤ P(-4, 6) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 + 4)^2 + (2 - 6)^2 = 25$$

따라서 ④는 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키지 않는다.

12. 좌표평면에 두 점 A(1, 3), B(2, -1) 이 있다. 점 C(m, 2) 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소일 때의 m 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소인 경우는

세 점 A, B, C 가 일직선 위에 있을 때이므로

직선 AB 와 BC 의 기울기가 같다.

$$\text{따라서 } \frac{-1-3}{2-1} = \frac{2-(-1)}{m-2}$$

$$\therefore m = \frac{5}{4}$$

13. 두 직선 $x - 3y + 5 = 0$, $x + 9y - 7 = 0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x + by + c = 0$ 일 때 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

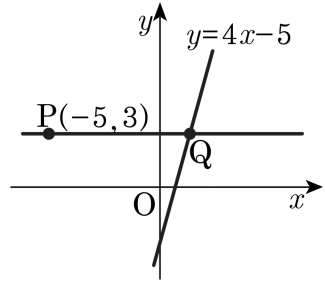
$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3)이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

15. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1 과 l_2 가 서로 수직이고 l_1 과 l_3 가 서로 평행할 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1 과 l_2 가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.

$$(-a) \cdot \frac{b}{3} = -1, \quad \therefore ab = 3 \cdots \textcircled{1}$$

l_1 과 l_3 가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.

$$-a = -b - 2, \quad \therefore a - b = 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 이용하면

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 4 + 6 = 10$$

16. 원점 O 에서 직선 $ax-y+4=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. 선분 OH 의 길이가 2 가 될 때, a^2 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

선분 OH 는 원점과 직선 $ax-y+4=0$ 간의 최단거리이므로,

$$\frac{|4|}{\sqrt{a^2+1}} = \overline{OH} = 2$$

$$\sqrt{a^2+1} = 2$$

$$a^2+1=4$$

$$\therefore a^2=3$$

17. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$ 의 교점과 점 $(-1, 1)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① π ② 2π ③ 4π ④ 8π ⑤ 16π

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $(x^2 + y^2 - 4) + k(x^2 + y^2 - 4x - 4y) = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면 $k = 1$
 $\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ 이므로
 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$
따라서, 반지름의 길이가 2이므로 원의 넓이는 4π 이다.

18. 원 $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$ 에 의하여 잘려지는 x 축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 축을 지나는 점은 $y = 0$ 이므로
 $x^2 + 10x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 8) = 0$
 $\Rightarrow x = -2, -8$
 $\therefore x$ 축 위의 교점 : $(-8, 0), (-2, 0)$
 $\therefore$ 구하는 선분의 길이 : 6

19. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 을
표준형으로 고치면 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$ 이므로
중심이 $(1, -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리 d 는
$$\frac{|1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에
이르는 거리의 최솟값은
 $d - (\text{반지름의 길이}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

20. 직선 $2x - y - 1 = 0$ 에 대하여 점 (3, 0) 과 대칭인 점의 좌표를 구하면?

- ① (1, 2)
- ② (-1, 2)
- ③ (1, -2)
- ④ (2, -1)
- ⑤ (-2, 1)

해설

구하는 좌표를 (a, b) 로 놓는다.
점 (a, b) 는 점(3, 0) 과 직선 $2x - y - 1 = 0$ 에 대하여 대칭이고, 이 때 점 (3,0)과 점 (a, b) 를 연결하는 선분에서 $2x - y - 1 = 0$ 와 수직으로 만나므로
중점 M 의 좌표는 $M\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b}{2}\right)$
 $2 \times \frac{a+3}{2} - \frac{b}{2} - 1 = 0$
 $2a + 6 - b - 2 = 0$
 $2a - b + 4 = 0 \quad \dots\dots (가)$
기울기는 $\frac{b}{a-3} \times 2 = -1$ 이므로
 $a = -2b + 3$
이것을 (가)에 대입하면
 $2(-2b + 3) - b + 4 = 0 \quad \therefore a = -1, b = 2$