1. 두 점 A$(5,\ -4)$, B$(-1,\ 2)$를 잇는 선분 AB의 중점 M의 좌표를 $(a,\ b)$라 하자. 이때, $a+b$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a=\{5+(-1)\}\div 2=2$
$b=\{(-4)+2\}\div 2=-1$이다.
따라서 $a+b=1$

2. 세 꼭짓점 $A(0, 0)$, $B(-5, 5)$, $C(2, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는?

① $(-1,\ 7)$ ② $(-1,\ 4)$ ③ $(-2,\ 1)$

④ $(2,\ -2)$ ⑤ $(-4,\ -8)$

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{0+(-5)+2}{3},\ \frac{0+5+7}{3}\right) = (-1, 4)$$

3. x절편이 3이고 y절편이 2인 직선의 방정식은?

① $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ ② $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1$ ③ $\frac{x}{-3}+\frac{y}{3}=1$

④ $y=2x+1$ ⑤ $y=3x+2$

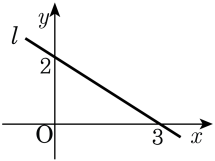
해설

기울기$=\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+2$

$\frac{2}{3}x+y=2$

$\therefore \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$



4. 점 P $(3,\ -4\ )$를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P′ 이라 할 때, 선분 PP′ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 $\mathrm{P}(3,\ -4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P′ 의 좌표는 $(3,\ 4\ )$이므로

$\overline{\mathrm{PP}'} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$

5. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

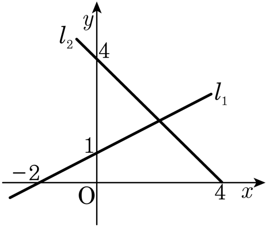
□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x = -2,\ y = -4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, -4)$

6. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

직선 l_1 은 x절편이 -2이고,

y절편이 1이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$에서

$x - 2y = -2 \cdots\cdots$ ㉠

직선 l_2는 x절편이 4이고, y절편이 4이므로

$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$에서

$x + y = 4 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$

$\therefore\ a = 1$

7. 점 $\mathrm{P}(1,2)$ 에서 직선 $2x+y-3=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

($\overline{\mathrm{PH}}$ 의 길이)

$=$ (점 $\mathrm{P}(1,\ 2)$ 와 직선 $2x+y-3=0$ 과의 거리)

$$\therefore\ \overline{\mathrm{PH}}=\frac{|2+2-3|}{\sqrt{4+1}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

8. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $B(-3,\ -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2+(y+2)^2=13$

② $(x-1)^2+(y-2)^2=52$

③ $(x-1)^2+(y+2)^2=13$

④ $(x+1)^2+(y-2)^2=13$

⑤ $(x+1)^2+(y-2)^2=52$

해설

원의 중심은 두 점 $A,\ B$ 의 중점이므로,

$\left(\frac{1-3}{2},\ \frac{5-1}{2}\right)=(-1,\ 2)$ 이다.

또, 원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y-2)^2=13$

9. 원 $x^2+y^2=4$ 에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-\sqrt{2}x\pm1$　② $y=-\sqrt{2}x\pm5$　③ $y=-\sqrt{3}x\pm4$

④ $y=-\sqrt{3}x\pm9$　⑤ $y=-\sqrt{5}x\pm6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$y=\left(-\sqrt{3}\right)x\pm2\sqrt{1+\left(-\sqrt{3}\right)^2}$

$\therefore y=-\sqrt{3}x\pm4$

10. 평행이동 $f:(x,y) \to (x-1,\ y+3)$에 의하여 점 $(3,\ 1)$은 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(2,\ 4)$ ② $(4,\ 2)$ ③ $(2,\ -4)$

④ $(-2,\ 4)$ ⑤ $(4,\ -2)$

해설

f는 x축의 방향으로 -1, y축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1,\ 1+3)=(2,\ 4)$로 옮겨진다.

11. 점 $A(-1, 2)$, $B(2, -2)$ 에 대하여 다음 중 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키는 점 P 의 좌표가 될 수 없는 것은?

① $(3, 5)$ ② $(-1, 7)$ ③ $(4, 2)$

④ $(2, 3)$ ⑤ $(-4, 6)$

해설

$\overline{AB}^2 = (2+1)^2 + (-2-2)^2 = 25$

① $P(3, 5)$ 일 때,

$\overline{PA}^2 = (-1-3)^2 + (2-5)^2 = 25$

② $P(-1, 7)$ 일 때,

$\overline{PA}^2 = (-1+1)^2 + (2-7)^2 = 25$

③ $P(4, 2)$ 일 때,

$\overline{PA}^2 = (-1-4)^2 + (2-2)^2 = 25$

④ $P(2, 3)$ 일 때,

$\overline{PA}^2 = (-1-2)^2 + (2-3)^2 = 10$

⑤ $P(-4, 6)$ 일 때,

$\overline{PA}^2 = (-1+4)^2 + (2-6)^2 = 25$

따라서 ④는 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키지 않는다.

12. 좌표평면에 두 점 $A(1,3)$, $B(2,-1)$ 이 있다. 점 $C(m,2)$ 에 대하여 $\overline{AC}+\overline{BC}$ 가 최소일 때의 m 의 값을 구하면?

① $\frac{5}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\overline{AC}+\overline{BC}$ 가 최소인 경우는
세 점 A, B, C 가 일직선 위에 있을 때이므로
직선 AB 와 BC 의 기울기가 같다.

따라서 $\dfrac{-1-3}{2-1}=\dfrac{2-(-1)}{m-2}$

$\therefore m=\dfrac{5}{4}$

13. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 $30°$의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

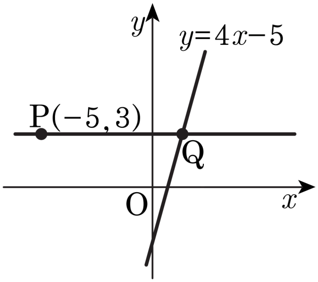
$(-2,\ 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$\therefore x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}+2=0$

$\therefore b=-\sqrt{3},\ c=2+\sqrt{3}\quad \therefore\ b+c=2$

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5,3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y=4x-5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$의 길이는?



① 6　② $\frac{13}{2}$　③ 7　④ $\frac{15}{2}$　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=3$ 이다.
점 Q의 y좌표가 3이므로
$y=4x-5$에 $y=3$을 대입하면 $3=4x-5$
$\therefore x=2$
따라서 점 Q의 좌표는 $(2,\ 3)$ 이다.
$\therefore \overline{PQ}=2-(-5)=7$

15. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1과 l_2가 서로 수직이고 l_1과 l_3가 서로 평행할 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1과 l_2가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.

$$(-a)\cdot\frac{b}{3}=-1, \quad \therefore\ ab=3\cdots ㉠$$

l_1과 l_3가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.

$$-a=-b-2, \quad \therefore\ a-b=2\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 이용하면

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4+6=10$$

16. 원점 O 에서 직선 $ax-y+4=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. 선분 OH 의 길이가 2 가 될 때, a^2 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

선분 OH 는 원점과 직선 $ax-y+4=0$ 간의 최단거리이므로,

$$\frac{|4|}{\sqrt{a^2+1}} = \overline{OH} = 2$$

$$\sqrt{a^2+1} = 2$$

$$a^2+1=4$$

$$\therefore\ a^2 = 3$$

17. 두 원 $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2-4x-4y=0$의 교점과 점 $(-1,\ 1)$을 지나는 원의 넓이는?

① π ② 2π ③ 4π ④ 8π ⑤ 16π

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
$\left(x^2+y^2-4\right)+k\left(x^2+y^2-4x-4y\right)=0\cdots$㉠
㉠이 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로
㉠에 대입하여 정리하면 $k=1$
$\therefore x^2+y^2-2x-2y-2=0$이므로
$(x-1)^2+(y-1)^2=4$
따라서, 반지름의 길이가 2이므로 원의 넓이는 4π이다.

18. 원 $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$ 에 의하여 잘려지는 x축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 축을 지나는 점은 $y = 0$ 이므로

$x^2 + 10x + 16 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+8) = 0$

$\Rightarrow x = -2, -8$

$\therefore x$ 축 위의 교점 : $(-8, 0), (-2, 0)$

$\therefore$ 구하는 선분의 길이 : 6

19. 원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 을
표준형으로 고치면 $(x-1)^2+(y+2)^2=8$ 이므로
중심이 $(1,\ -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1,\ -2)$ 에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리 d 는

$$\frac{|1-(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에
이르는 거리의 최솟값은
$d-$ (반지름의 길이)$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

20. 직선 $2x-y-1=0$ 에 대하여 점 $(3,\ 0)$ 과 대칭인 점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 2)$ ② $(-1,\ 2)$ ③ $(1,-2)$

④ $(2,-1)$ ⑤ $(-2,\ 1)$

해설

구하는 좌표를 (a,b) 로 놓는다.
점 (a,b) 는 점$(3,\ 0)$ 과 직선 $2x-y-1=0$ 에 대하여 대칭이고, 이 때 점 $(3,0)$과 점 (a,b) 를 연결하는 선분에서 $2x-y-1=0$ 와 수직으로 만나므로

중점 M 의 좌표는 $M\left(\frac{a+3}{2},\ \frac{b}{2}\right)$

$2\times\frac{a+3}{2}-\frac{b}{2}-1=0$

$2a+6-b-2=0$

$2a-b+4=0\quad\cdots\cdots(가)$

기울기는 $\frac{b}{a-3}\times 2=-1$ 이므로

$a=-2b+3$

이것을 (가) 에 대입하면

$2(-2b+3)-b+4=0\qquad\therefore\ a=-1,\ b=2$