

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

2. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{3}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{3}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\overline{AB}$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{1+8} = 3$$

3. 좌표평면 위의 점(2, 3)을 지나는 직선 l 이 두 점 A(-4, 1), B(2, -2)를 잇는 선분AB를 1 : 2로 내분할 때, 직선 l 의 y 절편은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 2

해설

선분 $\overline{AB}$ 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)}{1 + 2}, \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{1 + 2} \right)$$

$$\therefore (-2, 0)$$

직선 l 은 두 점 (2, 3), (-2, 0)을 지나므로

$$\text{그 방정식은 } y = \frac{3}{4}(x + 2)$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

따라서 y 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

4. 두 직선 $y = 2x + 3$, $y = mx - 5$ 이 서로 수직일 때, m 의 값은?

① -2

② -1

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

두 직선 $y = mx + b$, $y = m'x + b'$ 에 대하여

두 직선이 수직 $\Leftrightarrow m \cdot m' = -1$

두 직선 $y = 2x + 3$, $y = mx - 5$ 이 서로 수직이므로
기울기의 곱이 -1 이다.

$$2 \times m = -1, \text{ 즉 } m = -\frac{1}{2}$$

5. 원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원은
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 전개하면

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } A + B + C = -2 + 4 - 4 = -2$$

6. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$

④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2, 4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

7. $y = -(x-1)^2 + 2$ 를 x 축 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = (x+3)^2 + 5$

② $y = -(x-5)^2 + 5$

③ $y = -(x+3)^2 + 5$

④ $y = -(x-5)^2 - 1$

⑤ $y = -(x+3)^2 - 1$

해설

$x-4 = x'y + 3 = y'$ 라 하자.

평행이동 된 x', y' 를 원식에 대입하면,

$$y' - 3 = -(x' + 4 - 1)^2 + 2$$

$$\Rightarrow y' = -(x' + 3)^2 + 5$$

$$\Rightarrow y = -(x+3)^2 + 5$$

8. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\sqrt{-2} \sqrt{-2} = \sqrt{2}i \sqrt{2}i = 2i^2 = -2$$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최대값은 3 ($\because k$ 는 정수)

10. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x - 5 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -3(x - 1)^2 - 2\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

11. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = ax^2 - 2ax + b$$

$$= a(x-1)^2 - a + b \text{ 에서 } a < 0 \text{ 이고}$$

꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로

$x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,

$x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(1) = -a + b = 5, f(-2) = 8a + b = -4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$

$$\therefore a + b = 3$$

12. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$
이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 -1

13. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x = r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

15. $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점의 좌표가 A $(-1, -2)$, B $(2, 5)$, C $(7, 3)$ 으로 주어질 때, 각 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는?

① $G\left(\frac{4}{3}, 1\right)$

② $G\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③ $G\left(2, \frac{8}{3}\right)$

④ $G\left(\frac{8}{3}, 1\right)$

⑤ $G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

해설

세 변의 중점의 좌표를 각각 구하면

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{2}, 4\right), \left(3, \frac{1}{2}\right)$$

구하고자 하는 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2} + 3}{3}, y = \frac{\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{2}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, y = 2$$

$$\therefore G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$$

16. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$

17. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$ 이므로

중심은 $(2, -3)$ 이다.

구하는 원의 반지름을 r 라 하면

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$ 이고,

이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$

$\therefore r^2 = 26$

18. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

19. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 이므로

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = 6$$

따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은

$$2 + (-6) + 6 = 2$$

20. 복소수 $z = (1+i)x^2 + (5+2i)x + 3(2-i)$ 에서 z 가 순허수일 때, 실수 x 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = (x^2 + 5x + 6) + (x^2 + 2x - 3)i$$

$$= (x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)i$$

순허수가 되려면 실수부=0, 허수부 $\neq$ 0

$$\therefore x = -2$$

21. 방정식 $2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근을 α, β, r 라 할 때, $(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근이

α, β, r 이므로

$$2x^3 - 3x^2 + 6 = 2(x - \alpha)(x - \beta)(x - r)$$

양변에 $\sqrt{2}$ 를 대입하면

$$4\sqrt{2} - 6 + 6$$

$$= 2(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$$

$$\therefore (\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r) = 2\sqrt{2}$$

22. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^6 + \omega^2 + \omega + 1$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$(\omega^3)^2 + (\omega^2 + \omega + 1) = 1^2 + 0 = 1$$

23. 방정식 $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{3}{2}$

② -1

③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$$

$$(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$$

x, y 가 실수이므로 $x + 2y = 0 \dots\dots ①, x + 1 = 0 \dots\dots ②$

①, ②에서 $x = -1, y = \frac{1}{2}$

$$\therefore x + y = -\frac{1}{2}$$

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 정리하면 $2x^2 + 2(2y+1)x + (4y^2+1) = 0 \dots\dots ①$

x 가 실수이므로 $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$

$$\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$$

그런데 $2y - 1$ 이 실수이므로 $2y - 1 = 0$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots ②$$

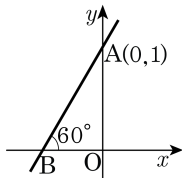
②를 ①에 대입하면

$$2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -1 \dots\dots ③$$

②, ③에서 $x + y = -\frac{1}{2}$

24. 다음 그림과 같이 점 $A(0, 1)$ 을 지나는 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 60° 를 이루고 x 축과 점 B 에서 만날 때, 점 B 의 좌표는?



- ① $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ ② $(-1, 0)$ ③ $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
 ④ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

해설

직선 l 이 x 축의 양의 방향과 60° 를 이루므로

직선 l 의 기울기는 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

또한 직선 l 은 점 $A(0, 1)$ 을 지나므로

$$y - 1 = \sqrt{3}(x - 0)$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x + 1$$

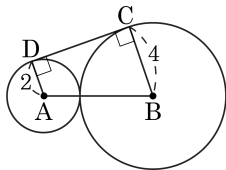
이 직선이 x 축과 만나는 점 B 는 y 좌표가 0 이므로

$$0 = \sqrt{3}x + 1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore B\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$$

25. 다음 그림과 같이 서로 외접하는 두 원 A와 B의 반지름의 길이는 각각 2와 4이다. 두 원과 공통외접선의 교점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하면?



- ① $8\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{2}$ ③ $12\sqrt{2}$
 ④ $16\sqrt{2}$ ⑤ $18\sqrt{2}$

해설

피타고라스의 정리에 의하여 변 CD의 길이는

$$\sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$$\frac{(2+4)4\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

26. x, y 평면에서 두 변환 f, g 가 다음과 같다고 하자.

$$f : (x, y) \rightarrow (x+2, y-4), \quad g : (x, y) \rightarrow (y, x)$$

이 때 직선 $y = x + 2$ 는 변환 $g \circ f$ 에 의해서 직선 $y = ax + b$ 로 변환된다. $a + b$ 의 값을 구하면 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(x, y) \xrightarrow{f} (x+2, y-4) \xrightarrow{g} (y-4, x+2)$$

$$\therefore g \circ f : (x, y) \rightarrow (y-4, x+2)$$

$$x' = y - 4, \quad y' = x + 2 \text{ 에서}$$

$$y = x' + 4, \quad x = y' - 2$$

$$x' + 4 = y' - 2 + 2$$

$$y' = x' + 4$$

$$\therefore y = x + 4$$

$$\therefore a + b = 5$$

해설

$y = x + 2$ 는 f 에 의해 평행이동하면

$$y + 4 = (x - 2) + 2, \quad y + 4 = x$$

$y + 4 = x$ 를 g 에 의해 $y = x$ 에 대칭이동하면

$$x + 4 = y$$

$$\therefore y = x + 4$$

27. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 1인 ②이다.

28. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 없다

해설

㉠ $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면

$$\alpha = \bar{\beta} \text{이므로 } \beta = a - bi$$

$$\therefore \alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$$

$$\alpha\beta = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$\therefore \alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 실수이다.

㉡ : ㉠에서 $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0$, a, b 는

실수이므로 $a = 0, b = 0$ 즉, $\alpha = a + bi = 0$ 이다.

㉢ : (반례) $\alpha = i, \beta = 1$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = i^2 + 1^2 = 0$$

㉤ : (반례) $\alpha = 1, \beta = i$

$$\therefore \alpha + \beta i = 0$$

$\therefore$ ㉢, ㉤는 α, β 가 실수일 때만 성립한다.

29. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha) = 3, f(\beta) = 3, f(1) = -2$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 를 구하면?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $x^2 - 4x - 1 = 0$

③ $x^2 - x - 4 = 0$

④ $x^2 - x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$ax^2 + bx + c = 3$ 에서 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$

$$\therefore -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = 2$$

$$\text{또, } \frac{c-3}{a} = \alpha\beta = -4$$

$f(1) = a + b + c = -2$ 이므로

$a = -b - c - 2, b = -2a$ 에서

$$b = -2(-b - c - 2) = 2b + 2c + 4$$

$$\therefore b + 2c + 4 = 0$$

$c - 3 = -4a$ 에서

$$c = -4(-b - c - 2) + 3 = 4b + 4c + 11$$

연립하여 풀면 $c = -1, b = -2, a = 1$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2x - 1$$

30. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

31. 두 점 $A(1,4), B(5,2)$ 에 대하여 점 P 는 x 축 위를 움직이고 점 Q 는 y 축 위를 움직일 때, $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

다음 그림과 같이 점 A 를 y 축에 대하여

대칭이동한 점을 A' , 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면

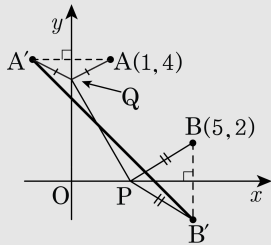
$A'(-1,4), B'(5,-2)$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP} &= \overline{A'Q} + \overline{PQ} + \overline{B'P} \\ &\geq \overline{A'B'}\end{aligned}$$

$$= \sqrt{(5+1)^2 + (-2-4)^2}$$

$$= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

따라서 구하는 최솟값은 $6\sqrt{2}$ 이다.



32. 평면상의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여, 선분 $\overline{PQ}$ 의 3 등분점 중 P 에 가까운 쪽의 점을 $P * Q$ 로 나타낼 때, $A(1, 2)$, $B(-2, 3)$, $C(-1, -1)$ 에 대하여 점 $(A * B) * C$ 의 좌표를 구하면?

㉠ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$

㉡ $(-3, 4)$

㉢ $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{3}\right)$

㉣ $(2, -1)$

㉤ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{7}{2}\right)$

해설

$P * Q$ 는 P, Q 의 1 : 2 내분점을 말한다.

$$\therefore (A * B) = \left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 1}{1 + 2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1 + 2} \right) = \left(0, \frac{7}{3} \right)$$

$$\left(0, \frac{7}{3} \right) * C$$

$$= \left(\frac{1 \times (-1) + 2 \times 0}{1 + 2}, \frac{1 \times (-1) + 2 \times \frac{7}{3}}{1 + 2} \right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9} \right)$$

$$(A * B) * C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9} \right)$$

33. y 축 위의 한 점 P 로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 좌표는?

① $(1, -2)$

② $(-1, 2)$

③ $(0, 2)$

④ $(0, 1)$

⑤ $(0, -2)$

해설

y 축 위의 한 점을 $P(0, y)$ 라 하면 직선 $x-y+3=0$ 과 점 P 사이의 거리는

$$d_1 = \frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$ 과 점 P 사이의 거리는

$$d_2 = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}} = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$-8y = -8 \therefore y = 1$$

$$\therefore P(0, 1)$$