

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ 에서 $f(-1) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \times (-1) + 4 = 0$$

$$f(5) = -5^2 + 3 \times 5 + 4 = -6$$

$$\therefore f(-1) + f(5) = -6$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k < 0$) 의 꼴은 위로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① 아래로 볼록한 그래프이다.

② 점 $(-2, 4)$ 을 지난다.

③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

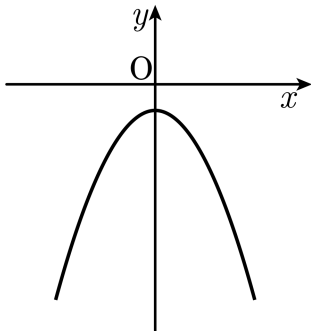
④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, q 의 부호가 옳은 것은?



① $a > 0, q > 0$

② $a > 0, q < 0$

③ $a < 0, q > 0$

④ $a < 0, q < 0$

⑤ 알 수 없다.

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$ 이다. q 는 음수,
위로 볼록이기 때문에 a 는 음수이다.

5. 이차함수 $y = -(x + 1)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

6. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

② $y = 2x^2$

③ $y = -2x^2 + 3$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

7. 이차함수 $y = -2(x + 5)^2 - 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) ,
축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$y = -2(x + 5)^2 - 4$ 의 꼭짓점의 좌표는

$$(-5, -4) = (a, b)$$

축은 $x = c = -5$

$$\therefore a - b + c = -5 - (-4) + (-5) = -6$$

8. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 3$ 일 때, $y = 27$ 이다. x 의 값이 2에서 4까지 2만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

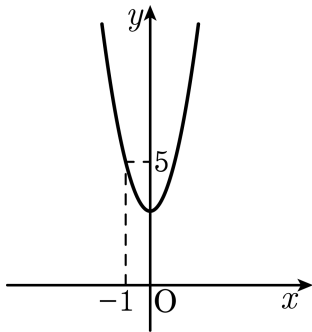
$$y = ax^2 \text{ 에서}$$

$$27 = a \times 3^2, a = 3$$

$$\therefore y = 3x^2, f(2) = 12, f(4) = 48$$

따라서 y 의 값의 증가량은 $48 - 12 = 36$ 이다.

9. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = 2x^2 + q \text{ 가 점 } (-1, 5) \text{ 를 지나므로 } 5 = 2 \times (-1)^2 + q \therefore q = 3$$

10. y 가 x 의 제곱에 비례하고, $x = -2$ 일 때 $y = -12$ 이다. y 를 x 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y = 6x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -6x^2$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에 $(-2, -12)$ 를 대입하면, $-12 = a \times (-2)^2$, $a = -3$

$\therefore y = -3x^2$

11. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

① $(0, 0)$

② $(0, -2)$

③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$

⑤ $(-2, 0)$

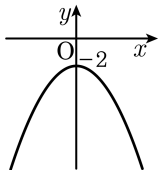
해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.

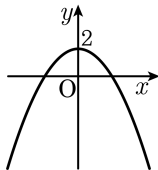
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

12. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2$ 의 그래프는?

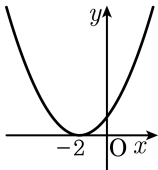
①



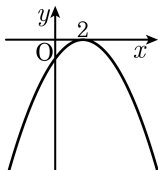
②



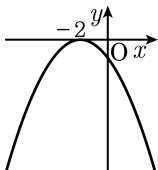
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 (0, 2) 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -2x^2$ 이다.

14. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 =$$

$$0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

15. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

17. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면 점 $(2, 18)$ 을 지난다. q 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$y = 3x^2 + q$ 가 $(2, 18)$ 을 지나므로,

$$18 = 3 \times 2^2 + q$$

$$18 = 12 + q$$

$$\therefore q = 6$$

18. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(-4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

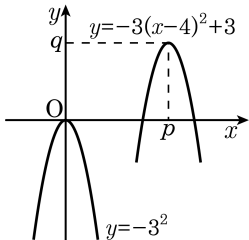
해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$

이므로 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ 이고, x 의 값이 -4 이므로 대입하면

$y = -2$ 이다. 따라서 $k = -2$ 이다.

19. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4, q = 3$ 이다.

20. 이차함수 $y = -(x + 3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 꼭짓점이 $(-3, -1)$ 이 된다고 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① -1

② 2

③ -3

④ 4

⑤ 0

해설

이차함수의 꼭짓점 $(-3, -5)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동한 점은 $(-3 + m, -5 + n) = (-3, -1)$ 이다.

$-3 + m = -3$, $-5 + n = -1$ 이므로 $m = 0$, $n = 4$ 이다.

따라서 $m + n = 4$ 이다.

21. 그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식을 $y = \frac{1}{2}(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 1$ 이다.

따라서 $p = -3, q = 1$ 이다.

$\therefore p + q = -2$

22. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$$y = -3x^2 + kx + 7$$

$$= -3(x - 4)^2 + 55$$

$$= -3x^2 + 24x + 7$$

$$\therefore k = 24$$

23. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

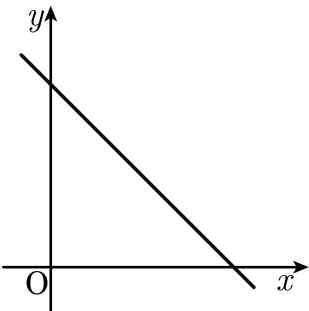
$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

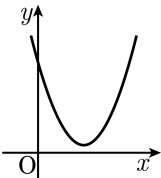
$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

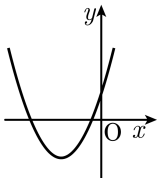
25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



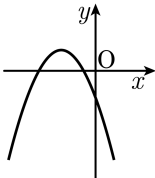
①



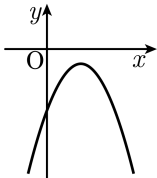
②



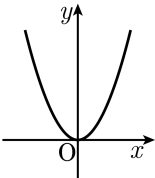
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.