

1. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 15

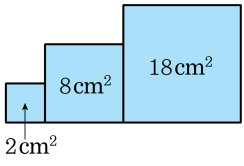
해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

2. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 2cm^2 , 8cm^2 , 18cm^2 인 정사각형 모양의 색종이를 붙였다. 이때, 이 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이는?



- ① $2\sqrt{7}\text{cm}$ ② $8\sqrt{7}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $18\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $20\sqrt{2}\text{cm}$

해설

각 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}\text{cm}$, $\sqrt{8}\text{cm}$, $\sqrt{18}\text{cm}$ 이므로
 주어진 도형의 둘레의 길이는
 $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}) \times 2 + 2\sqrt{18}$
 $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \times 2 + 6\sqrt{2}$
 $= 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}(\text{cm})$

3. $(1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4)$ 을 간단히 하면?

① $1+y^{32}$

② $1+y^2$

③ $1-y^2$

④ $1-y^4$

⑤ $1-y^8$

해설

$$\begin{aligned}(1-y^2)(1+y^2)(1+y^4) &= (1-y^4)(1+y^4) \\ &= 1-y^8\end{aligned}$$

4. $(5x - 6)(4x + 3)$ 을 전개한 식은?

① $20x^2 + 2x - 18$

② $20x^2 + 4x - 18$

③ $20x^2 + 6x - 18$

④ $20x^2 - 9x + 18$

⑤ $20x^2 - 9x - 18$

해설

$$(5x - 6)(4x + 3) = (5 \times 4)x^2 + \{5 \times 3 + (-6) \times 4\}x + (-6) \times 3 = 20x^2 - 9x - 18$$

5. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x - 6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

6. 이차방정식 $x^2 - 10x + a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\frac{D}{4} = (-5)^2 - (a - 5) = -a + 30 = 0, \quad a = 30$$

7. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

8. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$

$\therefore a = \pm\sqrt{7}$

9. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

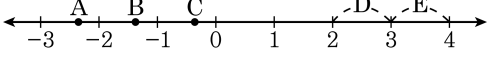
$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

10. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $2\sqrt{3}$ 은 대응하는 점은 E구간 안에 있다.
- ② D 구간에는 유한 개의 유리수가 존재한다.
- ③ $\sqrt{3} + 1$ 은 $3 - \sqrt{3}$ 보다 오른쪽에 위치한다.
- ④ 점 B와 점 D 사이의 정수는 모두 3개이다.
- ⑤ $2\sqrt{5} + 2$ 는 점 D에 대응한다.

해설

② D 구간에는 무한개의 유리수가 존재한다.

11. $a * b = a(b + 1 + \sqrt{3})$, $a \star b = ab - \frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 라 할 때, $\sqrt{6} * (\sqrt{3} \star \sqrt{2})$

를 간단히 하면?

① $1 + 3\sqrt{2}$

② $1 + 3\sqrt{3}$

③ $2 + 3\sqrt{2}$

④ $2 - 2\sqrt{3}$

⑤ $3 + 3\sqrt{2}$

해설

$$a * b = a(b + 1 + \sqrt{3}) ,$$

$$a \star b = ab - \frac{a+b}{\sqrt{2}} \text{ 라 할 때,}$$

$$\sqrt{3} \star \sqrt{2} = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6} + 2}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$$

$$\sqrt{6} * (\sqrt{3} \star \sqrt{2}) = \sqrt{6} * \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \right)$$

$$= \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 1 + 1 + \sqrt{3} \right)$$

$$= \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \sqrt{3} \right)$$

$$= 3 + 3\sqrt{2}$$

12. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3)x - 3a = x^2 + bx + 11$$

$$a-3 = b, -3a = 11$$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

13. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^2 - 7x + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8 - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 12 &= (x - 3)(x - 4) \\&= (\sqrt{2} + 1 - 3)(\sqrt{2} + 1 - 4) \\&= (\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} - 3) \\&= 8 - 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 의 한 해가 $x = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{7}{3}$

③ $-\frac{7}{3}$

④ $-\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{3}{7}$

해설

이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$a \times 3^2 + (3 - 2a) \times 3 - 2 = 0,$$

$$9a + (9 - 6a) - 2 = 0, \quad 3a + 7 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{7}{3}$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4x - a - 1 = 0$$

$$2(x^2 - 2x + 1) = a + 3$$

$$2(x - 1)^2 = a + 3$$

$$(x - 1)^2 = \pm \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$$

$$x = 1 + \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{a + 3}{2}} = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$a + 3 = 6$$

$$\therefore a = 3$$

16. 방정식 $(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) + 12 = 0$ 을 만족하는 모든 해의 합을 구하여라.

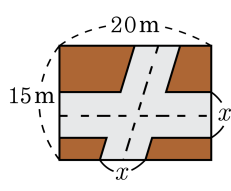
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) + 12 = 0$,
 $x^2 + x = A$ 로 치환하면
 $A^2 - 7A + 12 = 0$,
 $(A - 3)(A - 4) = 0$,
 $(x^2 + x - 3)(x^2 + x - 4) = 0$,
 $x^2 + x - 3 = 0$ 의 두 근의 합 -1 ,
 $x^2 + x - 4 = 0$ 의 두 근의 합 -1 ,
따라서 모든 근의 합은 $(-1) + (-1) = -2$ 이다.

17. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
 ④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$$\begin{aligned}(20 - x)(15 - x) &= 126 \\ x^2 - 35x + 174 &= 0 \\ (x - 6)(x - 29) &= 0 \\ x &= 29 \text{ 또는 } x = 6 \\ \therefore x &= 6 \quad (\because x < 15)\end{aligned}$$

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

19. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

20. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

21. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = a^2 - 4a + 4$$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$

22. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.

23. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서
 $16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$
 $(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2)$ 이므로
 $\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$

24. $x^2 + ax + 15$ 가 $(x + b)(x + c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a 의 최댓값을 구하여라.(단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x + b)(x + c) = x^2 + (b + c)x + bc$$

$bc = 15$ 인 b 와 c 의 조합을 찾는다.

b, c 가 1, 15일 때, $a = 16$

b, c 가 3, 5일 때, $a = 8$

따라서 a 의 최댓값은 16이다.

25. 이차방정식 $3x^2 - 23x - ax + 7a + 19 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $a = 11$

▷ 정답 : $a = 27$

▷ 정답 : $a = 35$

해설

a 에 관하여 정리하면

$$3x^2 - 23x + 19 = a(x - 7)$$

$$a = \frac{3x^2 - 23x + 19}{x - 7} = \frac{(x - 7)(3x - 2) + 5}{x - 7}$$

$$a = 3x - 2 + \frac{5}{x - 7}$$

a 는 정수이므로 $x - 7 = \pm 1, \pm 5$

$\therefore x = 8$ 일 때, $a = 27, x = 6$ 일 때, $a = 11$

$\therefore x = 12$ 일 때, $a = 35, x = 2$ 일 때, $a = 3$