

1. $\sqrt{15} \times \sqrt{20} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{15} \times \sqrt{20} &= \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 10$$

2. $2\sqrt{75} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}$

② $8\sqrt{3} + 24$

③ $\sqrt{3} + 24$

④ $\sqrt{3} + 8$

⑤ $2\sqrt{3} + 8$

해설

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{75} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= 10\sqrt{3} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{3}(6-3\sqrt{2})}{3} \\ &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - \frac{(6\sqrt{3} - 3\sqrt{6})}{3} \\ &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - (2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \\ &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \\ &= 8\sqrt{3} + 24 \end{aligned}$$

3. $(3a - 2b)(3a + 2b) - (2a + 3b)(2a - 3b) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & (3a)^2 - (2b)^2 - \{(2a)^2 + (3b)^2\} \\ &= 9a^2 - 4b^2 - 4a^2 + 9b^2 \\ &= 5a^2 + 5b^2 \\ \therefore p + q &= 5 + 5 = 10 \end{aligned}$$

4. $(x-y+2)(x-y-3)$ 을 전개하는데 가장 적절한 식은?

- ① $\{(x-y)+2\}\{(x-y)-3\}$ ② $\{x-(y+5)\}\{x-(y-3)\}$
③ $\{(x+2)-y\}\{(x-3)-y\}$ ④ $\{x-(y+2)\}\{(x-y)-3\}$
⑤ $\{(x-y)+2\}\{x-(y-3)\}$

해설

식을 $\{(x-y)+2\}\{(x-y)-3\}$ 으로 묶어서 $x-y=t$ 로 치환하여 전개하는 것이 가장 적절하다.

5. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

6. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$$

$$\therefore A^2 = 49$$

7. $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 을 간단히 정리하면?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2xy + y^2$

③ $2x^2 + 2y^2$

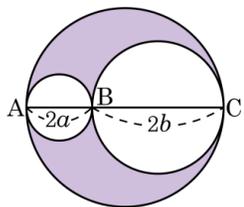
④ $2x^2 + xy + 2y^2$

⑤ $2x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2$$

8. 다음 그림에서 \overline{AC} 는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이 S 를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $S = \pi ab$ ② $S = 2\pi ab$ ③ $S = 4\pi ab$
 ④ $S = 8\pi ab$ ⑤ $S = 16\pi ab$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(색칠한 부분의 넓이)} \\
 & = (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 두 원의 넓이}) \\
 & = \pi \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2) \\
 & = \pi(a + b)^2 - \pi(a^2 + b^2) \\
 & = \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2) \\
 & = 2\pi ab
 \end{aligned}$$

9. $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = (5x+a)(x+b)$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 5 ② -1 ③ -6 ④ -10 ⑤ -12

해설

$$(3x+1+2x-3)(3x+1-2x+3) = (5x-2)(x+4)$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a - b = -6$$

10. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

11. 다음은 이차방정식 $2x^2+x-3=0$ 의 해를 구하는 과정이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

$$\begin{aligned} 2x^2+x-3 &= 0 \\ (ax+b)(cx+d) &= 0 \\ x &= -\frac{b}{a} \text{ 또는 } x = -\frac{d}{c} \end{aligned}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2x^2+x-3=0$ 를 인수분해하면 $(2x+3)(x-1)=0$ 이다.
따라서 $a=2, b=3, c=1, d=-1$ 이거나 $a=1, b=-1, c=2, d=3$ 이 된다.
어느 경우이든 $a+b+c+d=5$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면
 $25 + 5a - 20 = 0$
 $\therefore a = -1$
 $x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$
따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.
 $x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면
 $32 + 12 + b = 0$ 이다.
 $\therefore b = -44$
 $\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$

13. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면
 $x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$
 $x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$
 $-6 = -2b, a + 3 = b^2$
 $b = 3, a = 6$
 $\therefore ab = 18$

14. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 6$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$3(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 두 근의 합은 -4 이다.

15. 이차방정식 $(x+5)(x-3) = 5$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$\begin{aligned}(x+5)(x-3) &= 5, \quad x^2 + 2x - 15 = 5 \\ x^2 + 2x &= 20, \quad (x+1)^2 = 21 \\ p &= 1, \quad q = 21 \\ \therefore p+q &= 22\end{aligned}$$

16. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하

면?

- ① $0.1a^2 - 3$ ② $0.1a^2 + 3$ ③ $0.5a^2 - 3$
④ $0.5a^2 + 3$ ⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 \\ &= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) \\ &= 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

17. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $-4a + 2b$ ② $-2a - 2b$ ③ $-2a + 2b$
④ $-2a$ ⑤ $4a - 2b$

해설

$$\begin{aligned} a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } 2a - b < 0, b - a > 0 \\ \sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} \\ = |2a-b| + |a| - |b-a| \\ = -2a + b - a - b + a = -2a \end{aligned}$$

18. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots$ ㉠

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x 는 10 이다.

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

20. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

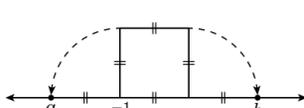
④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

21. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
 ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
 ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
 ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
 ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

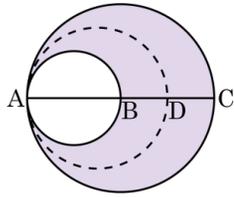
넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

22. 다음 그림의 두 원은 \overline{AB} , \overline{AC} 를 지름으로 하는 원이고, D는 \overline{BC} 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, \overline{AD} 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



- ① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$
 ④ πxy^2 ⑤ $\pi(2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

23. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

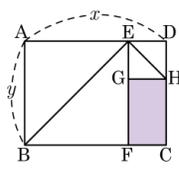
24. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x ② y ③ $x+y$
 ④ $2x-y$ ⑤ $2y-x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x$, $\overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

26. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

28. 부등식 $2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$2\sqrt{2} = \sqrt{8} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 이므로 $8 < x \leq 11$ 인 자연수는 $x = 9, 10, 11$ 이다.

30. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 \sqrt{a} , 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{26}$

해설

$$\begin{aligned}6 &= \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64}, \\ \sqrt{a} &= \sqrt{63}, a = 63, \\ \sqrt{b} &= \sqrt{37}, b = 37, \\ \sqrt{a-b} &= \sqrt{63-37} = \sqrt{26}\end{aligned}$$

31. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서

$16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$

$(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3)$

$(2, 4, 2)$ 이므로

$\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$

32. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$

33. 양수 a, b 에 대하여, $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$a + b = X, ab = Y \text{ 로 치환하면}$$

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10 \text{ 이다.}$$

34. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$

35. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \dots + f(23) + f(24)$

이다.

k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x=4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$