

1. $\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, 자연수 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$

② $\frac{\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}} = \frac{12\sqrt{a}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3a}}{6} = 2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$$

$3a = 6$ 이므로 $a = 2$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. $\left(\frac{1}{2}x + 5\right)^2 + a = \frac{1}{4}x^2 + bx + 21$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 10

② 5

③ 1

④ 0

⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}x\right) \times 5 + 5^2 + a$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + 5x + 25 + a$$

$$25 + a = 21$$

$$a = -4, b = 5$$

$$\therefore a + b = 1$$

3. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p+q$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

6. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} 3 - \sqrt{3} < -\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 3 - \sqrt{5} > \sqrt{5} - \sqrt{8}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -1 > -\sqrt{5}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \sqrt{7} - \sqrt{10} < -3 + \sqrt{7}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} 3 - \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 3 > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{3} > -\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} + 1\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}} > 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} > -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$$

7. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $x + 3$

② $x + 2$

③ $3x + 2$

④ $2x$

⑤ $2x + 3$

해설

$x - 3 = t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} t^2 + 6t + 8 &= (t + 4)(t + 2) \\ &= (x - 3 + 4)(x - 3 + 2) \\ &= (x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore (x + 1) + (x - 1) = 2x$$

8. 다음 중 $x^3 + y - x - x^2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x^2 - y$

② $x - y$

③ $x - 1$

④ $x + 1$

⑤ $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\&= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\&= (x - y)(x^2 - 1) \\&= (x - y)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

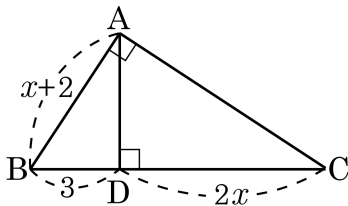
$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 중근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



점 D가 점 A에서 변 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, x 의 값은?

① $1 + \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $1 + \sqrt{6}$

④ $2 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{6}$

해설

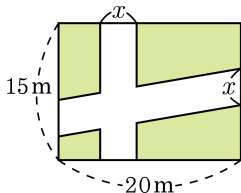
$$(x+2)^2 = 3 \cdot (3+2x)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9 + 6x$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$$

11. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



① 3 m

② 4 m

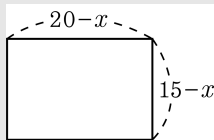
③ 5 m

④ 6 m

⑤ 7 m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면

$$(20 - x)(15 - x) = 176$$

$$x^2 - 35x + 124 = 0$$

$$x = 31 \text{ 또는 } x = 4$$

$$x < 15 \text{ 이므로 } x = 4$$

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2, 6)$ 을 지난다. q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면
 $y = x^2 + q$ 이고 점 $(2, 6)$ 을 지나므로 $6 = 2^2 + q$
 $\therefore q = 2$

13. 포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -4)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $-\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -4)$ 인 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 4$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $p = 1$, $q = -4$ 이고, $a + p + q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = x^2 - 6x + 5$ 의 x 축과의 교점은

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 의 근과 같다.

$$(x - 5)(x - 1) = 0 ,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 5 ,$$

따라서, $\overline{AB} = 4$,

$$y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4 ,$$

꼭짓점 C(3, -4) ,

$$\triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

15. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 5 개

② 52 개

③ 100 개

④ 101 개

⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고
이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수)이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5 개

16. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

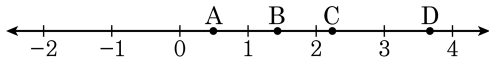
$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

17. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

18. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

19. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

20. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

$$x(x - 6) = 91 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$(x + 7)(x - 13) = 0$$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

21. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$$abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126$$

$$abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504$$

$$abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7)$$

$$abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7)$$

$$abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7)$$

$$abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8)$$

$$abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)$$

22. $4 < \sqrt{a+2b} < 5$ 를 만족하는 3의 배수 a 와 소수 b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10개

해설

$4 < \sqrt{a+2b} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면 $16 < a+2b < 25$
 b 는 소수이므로

$b = 2$ 일 때, $12 < a < 21$ 이고 a 는 3의 배수이므로 $a = 15, 18$

$b = 3$ 일 때, $10 < a < 19$ 이고 a 는 3의 배수이므로 $a = 12, 15, 18$

$b = 5$ 일 때, $6 < a < 15$ 이고 a 는 3의 배수이므로 $a = 9, 12$

$b = 7$ 일 때, $2 < a < 11$ a 는 3의 배수이므로 $a = 3, 6, 9$

$b \geq 11$ 인 소수일 때, 주어진 조건을 만족하는 a 는 없다.

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $2 + 3 + 2 + 3 = 10$ (개)이다.

23. $(x-1)^{99}$ 을 전개했을 때, x^{49} 의 계수를 a , x^{50} 의 계수를 b 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x-1)^{99}$ 의 전개식에서 항은 100 개이고 계수들은 좌우대칭이 된다. 따라서 x^{49} 의 계수와 x^{50} 의 계수는 절댓값이 같고, 부호만 다르다.

$$\therefore a+b=0$$

24. $x^2 = (y-1)^2$, $y^2 = -1$ 일 때, $(x-y-1)^4(x+y+1)^4$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 256

해설

$$(x-y-1)^4(x+y+1)^4 = \{x-(y+1)\}^4 \{x+(y+1)\}^4$$

주어진 식에서 $y+1 = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(x-A)^4(x+A)^4 &= \{(x-A)(x+A)\}^4 \\ &= (x^2 - A^2)^4 \\ &= \{(y-1)^2 - (y+1)^2\}^4 \\ &= (-4y)^4 \\ &= 256y^4\end{aligned}$$

$$y^2 = -1 \text{ 이므로 } y^4 = 1$$

$$\therefore (x-y-1)^4(x+y+1)^4 = 256$$

25. 이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, k 의 값을 구하여라.(단, k 는 소수이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 에서

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 + 56k}}{2} \text{ 에서}$$

두 근이 정수이기 위해서는 $k^2 + 56k = m^2$ (m 은 정수) 이어야 한다.

$$\text{즉, } m^2 = k(k + 56)$$

여기서 m^2 은 k 의 배수이고 k 는 소수이므로 m 은 k 의 배수이다.

따라서 $m = ka$ (a 는 정수) 라고 하면 $(ka)^2 = k(k + 56)$ 이므로 $k^2 a^2 - k^2 = 56k$

$$k(a^2 - 1) = 56, k(a + 1)(a - 1) = 56$$

이때, k 는 소수, $a + 1$ 과 $a - 1$ 의 차가 2 이므로

$$\begin{aligned} k(a + 1)(a - 1) &= 56 \\ &= 7 \times 4 \times 2 \\ &= 7 \times (-4) \times (-2) \end{aligned}$$

$$\therefore k = 7$$