

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$
 $x = 1$ 대입, $c = 2$
 $x = -1$ 대입, $b = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

2. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, \quad 2a + c + b + 3 = 0, \quad c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 0, \quad c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

3. $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$

$2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$

$1 = c \quad \cdots \textcircled{3}$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$

$\therefore a + b + c = 2$

4. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면
나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$
 $\therefore k = -12$

5. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

6. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

7. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

- ① $2+i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1+\sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1-\frac{1}{i} = 1+i$ 복소수 (×)

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

9. $z = \frac{1+3i}{1-i}$ 일 때, 다음 중 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 와 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1+3i}{1+i}$
 ④ $\frac{1-i}{1+3i}$

② $\frac{1-3i}{1+i}$
 ⑤ $\frac{1+i}{1-3i}$

③ $\frac{1-3i}{1-i}$

해설

$$\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} = \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1} \text{ 이므로}$$

$$\bar{z} = \overline{\left(\frac{1+3i}{1-i}\right)} = \frac{\overline{1+3i}}{\overline{1-i}} = \frac{1-3i}{1+i}$$

10. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 3 ② 7 ③ -2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값) $= (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값) $= -3$

11. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}$ 이므로

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5 (2 \leq x \leq 5)$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2 \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} \right) + 5$$

$$= 2 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \text{이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$$x = 2 \text{ 일 때 } y = 2 \left(2 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 5 \text{ 일 때 } y = 2 \left(5 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 25$$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

13. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$

② $-2x+1$

③ 3

④ -3

⑤ $x+1$

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 을 만족하려면,

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$\therefore -1 < x < 2$

$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$

14. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

15. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II
- ② I, III
- ③ II, III, IV
- ④ II, IV
- ⑤ III, IV

해설

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

16. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

17. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

18. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

$$\text{i) } x = y$$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

$$\text{ii) } x = 2y$$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45 ② 20 ③ -5 ④ -20 ⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+1)(x-5) \\ &= a(x^2 - 4x - 5) \\ &= a(x-2)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

20. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

21. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

22. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

x, y 는 실수이므로 $x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$

따라서, $x = 0, y - 1 = 0$ 이므로 $x = 0, y = 1$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$

23. 방정식 $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② -1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{1}{4}$
- ⑤ $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$
 $(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$
 x, y 가 실수이므로 $x + 2y = 0 \dots\dots ①, x + 1 = 0 \dots\dots ②$
①, ②에서 $x = -1, y = \frac{1}{2}$
 $\therefore x + y = -\frac{1}{2}$

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 정리하면 $2x^2 + 2(2y + 1)x + (4y^2 + 1) = 0 \dots\dots ①$
 x 가 실수이므로 $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$
 $\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$
그런데 $2y - 1$ 이 실수이므로 $2y - 1 = 0$
 $\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots ②$
②를 ①에 대입하면
 $2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -1 \dots\dots ③$
②, ③에서 $x + y = -\frac{1}{2}$

24. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$
 $(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$
 $x = 2y, x = 4$
 $\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$