

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면

$$a = 2, b = -1, c = 2$$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$

$x = 1$ 대입, $c = 2$

$x = -1$ 대입, $b = -1$

$$\therefore a + b + c = 3$$

2. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

3. 다음 식을 간단히 하면?

$$\begin{aligned} & {}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} \\ & + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} & = {}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8}i \cdot \sqrt{2}i \\ & \quad + \frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$= -2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2}i^2 + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

$$= -2 + 2 - 4 + 2$$

$$= -2$$

※ 참고

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{가 항상 성립하는 } a, b \text{의 부호를}$$

생각해 보자.

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6} \text{ 이 된다고 계산할 수도 있다.}$$

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가 성립한다.

$$\text{마찬가지로 } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{-\frac{10}{5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i \text{ 라고 함부로 계산해}$$

서는 안 된다.

$$\text{왜냐하면 } a > 0, b < 0 \text{ 일 때를 제외한 경우에만 } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ 가}$$

성립하기 때문이다.

4. 등식 $(x - 2) + (2y + 3)i = -7i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$x - 2 = 0, 2y + 3 = -7$$

$$\therefore x = 2, y = -5$$

5. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

6. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i

② $-i$

③ $1 + i$

④ 0

⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

7. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$$x^2 + y^2 = 4$$

8. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으려면?

① $2 + i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.

② $-5i$ 는 순허수이다.

③ i^3 은 허수이다.

④ $1 + \sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1 - \sqrt{3}i$ 이다.

⑤ $1 - \frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

① $2 + i$ 의 허수부분 : i (×)

② $-5i$ 는 순허수 (○)

③ $i^3 = -i$ 허수 (○)

④ $\overline{1 + \sqrt{3}i} = 1 - \sqrt{3}i$ (○)

⑤ $1 - \frac{1}{i} = 1 + i$ 복소수 (×)

9. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$

이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

①

-1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

11. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2, k < -1$

② $k > 3, k < -1$

③ $k > 1, k < -1$

④ $k > 3, k < -2$

⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -11

② -9

③ -7

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = x^2 - 6x + 2$$

$$= (x - 3)^2 - 7$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

13. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3

② 7

③ -2

④ 0

⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$(\text{최댓값}) = (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$$

$$(\text{최솟값}) = -3$$

14. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

15. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

16. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

17. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

18. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

19. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x - 1$

② $-2x + 1$

③ 3

④ -3

⑤ $x + 1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$$a < 0, \quad b \geq 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } x+1 \geq 0, \quad x-2 < 0, \quad -1 \leq x < 2, \quad x \neq -1, \quad x \neq 2$$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

20. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

21. 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a \geq 1$

③ $-1 < a < 1$

④ $a > 1$

⑤ $a \geq -1$

해설

$x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1 - (2 - a) > 0$$

$$1 - 2 + a > 0$$

$$\therefore a > 1$$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

23. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x - 3)(2x + 1)$

② $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

③ $(x + 3)(2x - 1)$

④ $2 \left(x + 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

⑤ $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x + 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

25. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

26. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5		1	-6	11	-30
			5	-5	30
		1	-1	6	0

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

27. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, y = \pm 2$

ii) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

28. 다음 방정식을 풀면?

$$(2 - \sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $-\sqrt{3}$

② $x = -1$ 또는 $-2 + \sqrt{3}$

③ $x = -1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

④ $x = 1$ 또는 $2 - \sqrt{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - (1 + \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$(x + 1) \{x - (2 + \sqrt{3})\} = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 + \sqrt{3}$$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45

② 20

③ -5

④ -20

⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

30. 삼차방정식 $(x+2)(x^2+2x-a+2)=0$ 의 실근이 -2 뿐일 때, 실수 a 값의 범위를 구하면?

① $a < -3$

② $a < 1$

③ $a > -1$

④ $a > 2$

⑤ $a > 3$

해설

실근이 -2 뿐이므로 $x^2+2x-a+2=0$ 은 허근을 갖는다.

$$\begin{aligned} D &= 2^2 - 4 \times 1 \times (-a+2) \\ &= 4a - 4 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a < 1$$

31. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{c-b}{a}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2 - \sqrt{3}$ 이 근이면 $2 + \sqrt{3}$ 도 근이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $-\frac{b}{a} = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$

$\frac{c}{a} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$

$\therefore \frac{c-b}{a} = \frac{c}{a} + \left(-\frac{b}{a}\right) = 1 + 4 = 5$

32. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^{100} + \frac{1}{\beta^{100}}$ 과 값이 같은 것은?

- ① $\alpha + 1$ ② $\alpha - 2$ ③ $\frac{2}{\beta}$ ④ -1 ⑤ 1

해설

$$x^4 + x^3 - x - 1 = 0$$

$$x^3(x+1) - (x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3-1) = 0$$

$$\rightarrow (x+1)(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$x^2+x+1=0 \text{의 두 근이 } \alpha, \beta$$

$$\therefore \alpha^3 = 1, \beta^3 = 1, \alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 1$$

$$\alpha^{100} + \frac{1}{\beta^{100}} = (\alpha^3)^{33}\alpha + \frac{1}{(\beta^3)^{33}\beta}$$

$$= \alpha + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha\beta + 1}{\beta} = \frac{2}{\beta}$$

33. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

$$x, y \text{는 실수이므로 } x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$$

$$\text{따라서, } x = 0, y - 1 = 0 \text{이므로 } x = 0, y = 1$$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$