

1. BC의 중점이 M인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{AM} = 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

중선정리를 이용하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$5^2 + 3^2 = 2(\overline{BM}^2 + 2^2)$$

$$\therefore \overline{BM}^2 = 13$$

$$\overline{BC} = 2\overline{BM} = 2\sqrt{13}$$

2. $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고 무게중심이 $G(2, 1)$ 일 때, 꼭짓점 C 의 좌표를 구하면?

① $(-1, 2)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 1)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

꼭짓점 C 의 좌표를 (a, b) 라 하면

$\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고

무게중심이 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{0+2+a}{3} = 2, \frac{1+0+b}{3} = 1$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

$$\therefore C(4, 2)$$

3. 다음 중 점 $(2, -4)$ 를 지나고, 기울기가 -3 인 직선 위에 있는 점은?

① $(-2, 5)$

② $(-1, 3)$

③ $(1, 2)$

④ $(3, -8)$

⑤ $(4, -10)$

해설

점 $(2, -4)$ 를 지나고

기울기가 -3 인 직선의 방정식은 $y + 4 = -3(x - 2)$

$\therefore y = -3x + 2$

따라서, 직선 $y = -3x + 2$ 위의 점은

$(4, -10)$ 이다.

4. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

5. 점 (1, 2) 를 지나고, x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

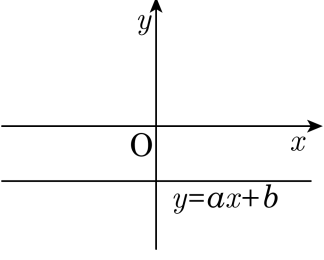
▷ 정답 : $y = 2$

해설

점 (1, 2) 를 지나고 x 축에 평행한 직선이므로
 $\therefore y = 2$

6. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

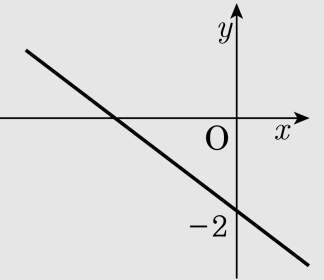
- ☐ 제1사분면
- ☐ 제2사분면
- ☐ 제3사분면
- ☐ 제4사분면



- ☐ ① ☐ 제1, 2사분면
- ☐ ② ☐ 제2, 3사분면
- ☐ ③ ☐ 제1, 2, 3사분면
- ☐ ④ ☐ 제1, 3, 4사분면
- ☒ ⑤ ☐ 제2, 3, 4사분면

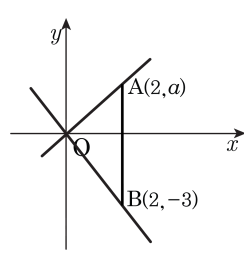
해설

주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에 놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.
이 때, $y = bx + a - 2$ 에서
가울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



7. 다음 그림과 같이 원점과 점 A(2, a) 를 지나
는 직선의 기울기를 m_1 , 원점과 점 B(2, -
3) 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자.
 $m_1 \times m_2 = -1$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

$$m_1 = \frac{a}{2}, m_2 = -\frac{3}{2}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{a}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

8. $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 1)$ 에서 접하는 직선이 있다. 이 직선의 기울기를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 1)$ 에서의
접선의 방정식은 $-3 \cdot x + 1 \cdot y = 10$
따라서 이 직선의 기울기는 3

9. 점 $(1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -1)$

② $(-1, -3)$

③ $(3, -1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(3, 5)$

해설

$(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$ 이므로

$(1, -2) \rightarrow (1+2, -2-1) = (3, -3)$

10. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

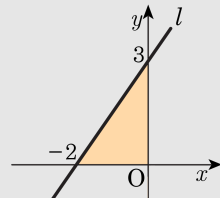
11. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

12. 세 점 A(-2, 9), B(3, -1), C(5, a)가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -6

② -5

③ 2

④ 9

⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{9 - (-1)}{-2 - 3} = -2$ 이고

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a - (-1)}{5 - 3}$ 이다.

$\therefore a = -5$

13. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

14. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이고
또한 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$,
 $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 5
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 또는 $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 $\therefore 1 + 5 = 6$

15. 두 점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 2 : 1 인 점 P 의 자취는 어떤 원을 나타낸다. 이 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

조건을 만족시키는 점 P 의 좌표를

P(x, y) 라 하면

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$$

$$2\overline{BP} = \overline{AP}$$

$$\therefore 4\overline{BP}^2 = \overline{AP}^2$$

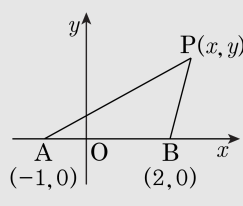
$$\text{그런데 } \overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$4\{(x-2)^2 + y^2\} = \{(x+1)^2 + y^2\}$$

$$\text{정리하면 } (x-3)^2 + y^2 = 4$$

따라서 원의 반지름은 2 이다.



16. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 0 개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

17. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$ ② $y = -x \pm 3$ ③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$ 에서

$$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$$

$$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$$

18. 원 $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

원 $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로
3 만큼 평행이동하면 $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$
이 원을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(y - 3)^2 + (x + 1)^2 = 4$,
 $\therefore (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 이
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 와 일치하므로
 $a = -1$, $b = 3$
 $\therefore a + b = 2$

19. 세 점 A(1, 1), B(2, 4), C(a , 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이 되도록 하는 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-a)^2 + 4^2}$$

$$2 - 2a + a^2 = 20 - 4a + a^2$$

$$2a = 18$$

$$\therefore a = 9$$

20. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 보인 것이다.

직선 BC를 x 축, 변 BC의 수직이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a, b), B(-c, 0), C(c, 0)$ 라고 하자. (단, $b \neq 0, c > 0$)
(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일 때 직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인 직선의 방정식은 $y = \frac{\text{(가)}}{\text{(가)}}\left(x - \frac{a+c}{2}\right) + \frac{b}{2}$
 $= \frac{\text{(가)}}{\text{(가)}}x + \frac{\text{(나)}}{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$
같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고 변 AB에 수직인 직선의 방정식은 $y = -\frac{a+c}{b}x + \frac{\text{(나)}}{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$
두 직선 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직이등분선은 y 축 위의 점 $(0, \frac{\text{(나)}}{\text{(나)}})$ 에서 만난다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.
(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때 $\triangle ABC$ 는 $\frac{\text{(다)}}{\text{(다)}}$ 이므로 세 변의 수직이등분선은 D 또는 E에서 만난다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

위

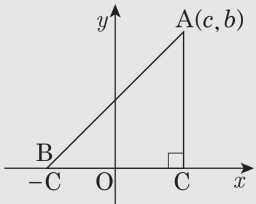
의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형
② $-\frac{a-c}{b}, \frac{2b}{a^2+b^2-c^2}$, 정삼각형
③ $-\frac{a-c}{b}, \frac{2b}{-a^2+b^2-c^2}$, 이등변삼각형
④ $\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
⑤ $\frac{a-c}{b}, \frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

해설

직선 AC의 기울기가 $\frac{b}{a-c}$ 이므로

변 AC에 수직인 직선의 기울기를 m 이라 하면 $\frac{b}{a-c} \cdot m = -1$ 에서 $m = -\frac{a-c}{b}$ 이다.



이때, 중점 $E\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이므로 변

AC에 수직인 직선의 방정식은

$$\begin{aligned} y &= \left[-\frac{a-c}{b}\right]\left(x - \frac{a+c}{2}\right) + \frac{b}{2} \\ &= -\frac{a-c}{b}x + \frac{2b}{a^2-c^2} + \frac{b}{2} \\ &= \left[-\frac{a-c}{b}\right]x + \left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}\right] \end{aligned}$$

즉, (가), (나)에 들어갈 것은 차례로 $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$ 이다.

한편, $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때는 다음 그림에서 보면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

21. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림에서 a 와 b 사이의 관계식을 나타내면?

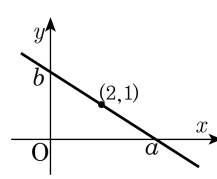
① $a + \frac{a}{2} = 1$

③ $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

⑤ $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} = 1$

② $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$

④ $\frac{2}{a} + b = 1$



해설

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이다.

따라서 $(2, 1)$ 을 지나므로

$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 이다.

23. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 $(x - k)^2 + y^2 = 1$ 이 서로 접하도록 상수 k 의 값을 정하면?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

주어진 두 원의 반지름의 길이가 같으므로 두 원은 외접하고, 두 원이 외접하려면 중심거리가 반지름의 길이의 합과 같아야 한다.

이때, 두 원의 중심이 $(0, 0), (k, 0)$ 이므로 중심거리는

$$\sqrt{(k - 0)^2 + 0^2} = \sqrt{k^2} = |k|$$

또, 두 원의 반지름의 길이의 합은 2이므로

$$|k| = 2$$

$$\therefore k = \pm 2$$

24. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하므로 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 이동한다.

이 직선의 y 절편은 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{4}$

25. 직선 $x + y = 1$ 은 두 점, A(-2, 0), B(0, 7)을 잇는 선분 AB를 어떤 비로 내분하는가?

① 3 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 1 ④ 2 : 1 ⑤ 1 : 2

해설

선분 AB를 $m : n$ 으로 내분하는 점을 P 라 하면,

점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{m \cdot 0 + n \cdot (-2)}{m + n}, \frac{m \cdot 7 + n \cdot 0}{m + n} \right) = \left(\frac{-2n}{m + n}, \frac{7m}{m + n} \right)$$

그런데, 점 P 는 직선 $x + y = 1$ 위의 점이므로 대입하면,

$$\frac{-2n}{m + n} + \frac{7m}{m + n} = 1, -2n + 7m = m + n, 2m = n$$

$$\therefore m : n = 1 : 2$$