

1. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(-3, 5), B(6, -13)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(6+3)^2 + (-13-5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

2. 두 점 A $(-5, 1)$, B $(3, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(0, 0)$

② $(0, 1)$

③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(0, -1)$

해설

y 축 위의 점을 Q $(0, a)$ 라 하면 $\overline{AQ} = \overline{QB}$

$$\therefore (0+5)^2 + (a-1)^2 = (0-3)^2 + (a-5)^2$$

정리하면 $a = 1$ $\therefore$ Q $(0, 1)$

3. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?
- ① 이등변삼각형이다.
 - ② 정삼각형이다.
 - ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 두 점 A(1, 2), B(3, -2)를 이은 $\overline{AB}$ 의 B방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족시키는 점 C의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C는 선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점이므로
C(5, -6)이다.

$$\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$$

5. 점 $(-2, 3)$ 을 지나고 $y = -2x + 7$ 에 평행인 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하고자 하는 직선이 직선 $y = -2x + 7$ 에 평행이므로,
가울기는 -2 이고, 점 $(-2, 3)$ 을 지나므로,
 $y - 3 = -2(x + 2)$, 즉 $y = -2x - 1$

6. 세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 - a, 4)$, $C(7, -a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 - a, 4)$, $C(7, -a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2-a-3} = \frac{-a-4}{7-(-2-a)}$$

$$\frac{3}{-a-5} = \frac{-a-4}{9+a}$$

$$(-a-5)(-a-4) = 3(9+a)$$

$$a^2 + 6a - 7 = (a+7)(a-1) = 0$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 양수 a 의 값은 1

7. 두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 기울기를 a , y 절편을 b 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는

직선의 기울기는 $a = \frac{4-1}{3-2} = 3$

$\therefore y = 3(x-2)$

$y = 3x - 6$ 에서

y 절편은 $b = -6$ 이므로

$\therefore a - b = 9$

8. 중심이 $(2, -1)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ ② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$ ④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

9. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

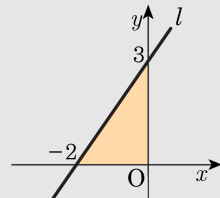
10. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

11. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$
 $\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$
 $ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$
 $bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

12. 두 직선 $3x - 2y + 1 = 0$, $ax + 4y - 3 = 0$ 이 평행할 때의 a 값과 수직일 때 a 값의 곱은?

㉠ -16 ㉡ -12 ㉢ -8 ㉣ -4 ㉤ -1

해설

$$3x - 2y + 1 = 0 \text{ 에서 } y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$ax + 4y - 3 = 0 \text{ 에서 } y = -\frac{a}{4}x + \frac{3}{4} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 이 평행일 때, } \frac{3}{2} = -\frac{a}{4} \quad \therefore a = -6$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 이 수직일 때, } \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) = -1 \quad \therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore (-6) \times \frac{8}{3} = -16$$

13. 두 직선 $3x - 2y - 4 = 0$, $x + 2y - 4 = 0$ 의 교점과 점 $(1, -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x - y - 9 = 0$

② $5x + y - 9 = 0$

③ $x - 2y - 1 = 0$

④ $2x - 3y - 1 = 0$

⑤ $2x - y + 3 = 0$

해설

$$\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y - 4 = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : x = 2, y = 1$$

$$\therefore \text{교점} : (2, 1)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 } y - 1 = \frac{-4 - 1}{1 - 2}(x - 2) = 5(x - 2)$$

$$\therefore 5x - y - 9 = 0$$

14. 두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

15. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)
- ① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$(2 - 3i)z = (2 - 3i)(a + bi)$$
$$= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \text{㉠}$$

㉠이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

16. 이차방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 이 원을 나타내도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k < -5$

② $k > -5$

③ $-5 < k < 5$

④ $k < \sqrt{5}$

⑤ $k > -\sqrt{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k+5$$

이 때, $k+5 > 0$ 이어야 하므로 $k > -5$

17. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이고
또한 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$,
 $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 5
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 또는 $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 $\therefore 1 + 5 = 6$

18. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에 의하여 점 $(-4, 8)$ 은 점 (a, b) 로 옮겨진다. 이때 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 이므로
 $(-4, 8) \rightarrow (-4 + 2, 8 - 1) = (-2, 7)$
 $\therefore a + b = 5$

19. 평행사변형 ABCD에서 A(2, 3), B(-5, 4), C(-2, 5), D(a, b)라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ 이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

x 축 방향으로 +7, y 축 방향으로 -1인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$

$\therefore a + b = 9$

20. 모든 실수 k 에 대하여 직선 $(1+k)x+y-2k=0$ 에 대칭이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x+2)^2+(y-2)^2=9$ ② $(x-2)^2+(y+2)^2=9$
③ $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ ④ $(x+1)^2+(y+2)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y+2)^2=9$

해설

$(1+k)x+y-2k=0$
 $x+kx+y-2k=0$ (k 는 임의의 실수)
 $x+y+k(x-2)=0$
이 직선은 항상 $(2, -2)$ 를 지난다.
따라서 이와 같은 모든 직선에 대칭인 원의 중심은 $(2, -2)$ 이다.
 $\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

21. $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$ 이 나타내는 자취의 최소 면적은 ?

① 2π

② 3π

③ 4π

④ 5π

⑤ 6π

해설

$$\text{준식} = x^2 + 2ax + y^2 - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$\rightarrow (x+a)^2 + (y-2a)^2 = a^2 - 2a + 4$$

그러므로 준식은 중심 $(-a, 2a)$ 이고

반지름이 $\sqrt{a^2 - 2a + 4}$ 이다.

$$\therefore \text{면적 } S = \pi(\sqrt{a^2 - 2a + 4})^2$$

$$= \pi(a^2 - 2a + 4) = \pi(a-1)^2 + 3\pi$$

$\therefore a = 1$ 일 때 최소 면적 : 3π

22. 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 가 외접할 때, r 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 의 중심 사이의 거리 $d = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$
두 원이 외접하면 $r + 2 = 5$ 이므로 $r = 3$

- 23.** 다음 두 원 $x^2 + y^2 = 3^2$, $(x-9)^2 + y^2 = 2^2$ 의 공통접선의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

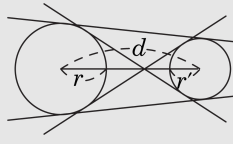
먼저 두 원의 반지름의 길이의
합 $r + r'$, 차 $r \sim r'$, 중심거리 d 를 구하
여

두 원의 위치관계를 파악한다.

두 원의 반지름의 길이를 각각 $r = 3, r' = 2$ 로 놓으면

 $r + r' = 5, r \sim r' = 1 \quad d = 9$ 이므로

$r+r'=5, r \sim r'=1, d=9$ 이므로
 $r+r' < d$ (한 원이 다른 원 밖에 있다.) $\therefore$ 공통접선은 모두
 4 개



24. 직선 $3x - y - 1 = 0$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 = 10$ 에 접하는 접선의 방정식을 $y = mx \pm n$ 이라고 할 때, mn 의 값은?

① $3\sqrt{10}$

② $-3\sqrt{10}$

③ 30

④ -30

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

접선이 직선 $3x - y - 1 = 0$, 즉 $y = 3x - 1$ 에 평행하므로 접선의 기울기는 3이다.

공식을 이용하면 접선의 방정식은

$$y = 3x \pm \sqrt{10}\sqrt{1+3^2}, y = 3x \pm 10 \text{ 이므로}$$

$$m = 3, n = 10 \therefore mn = 30$$

25. 두 점 $P(-1, 2)$, $Q(5, 8)$ 이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$\overline{PQ}$ 의 중점이 $y = ax + b$ 위에 있으므로,
 $\overline{PQ}$ 의 중점 :
 $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{2+8}{2}\right) = (2, 5)$
 $\therefore 5 = 2a + b$
 $\overline{PQ}$ 기울기 : $\frac{2-8}{-1-5} = 1$
 $\therefore a = -1$
위 식에 대입하면 : $b = 7$
 $\therefore a + b = -1 + 7 = 6$